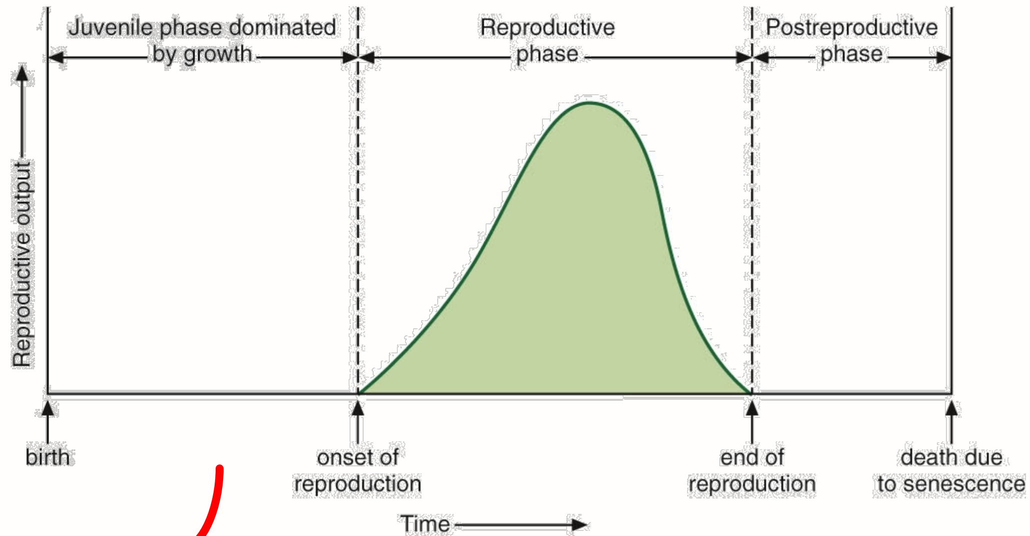
Unidad 3
Poblaciones e interacciones interespecíficas

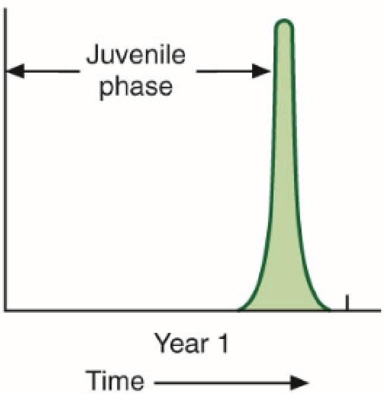
Tema 10
Crecimiento poblacional

Repasando…

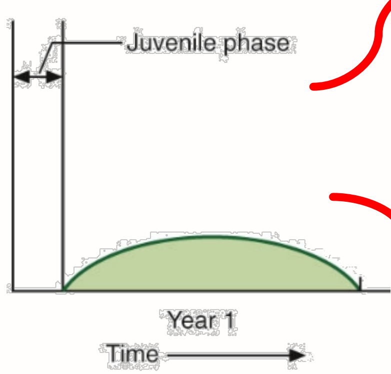
Patrones de historia de vida (tema 8)

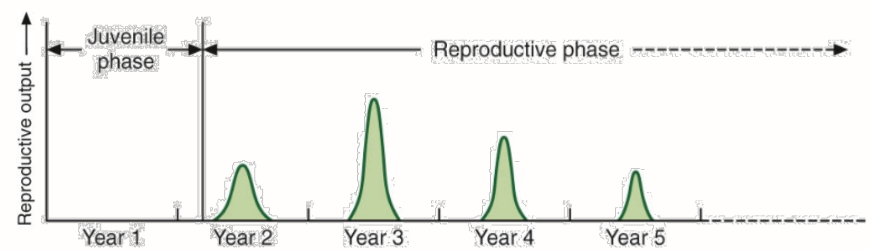


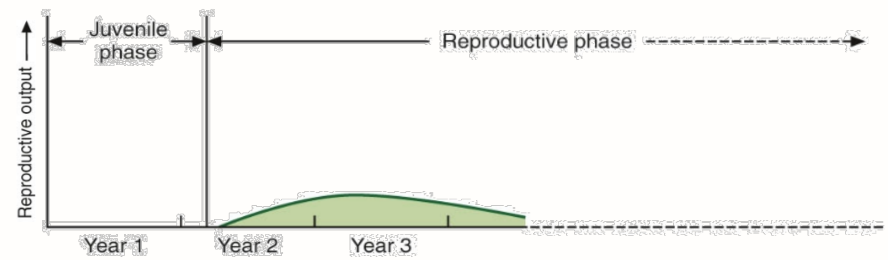
Semelparidad



Iteroparidad







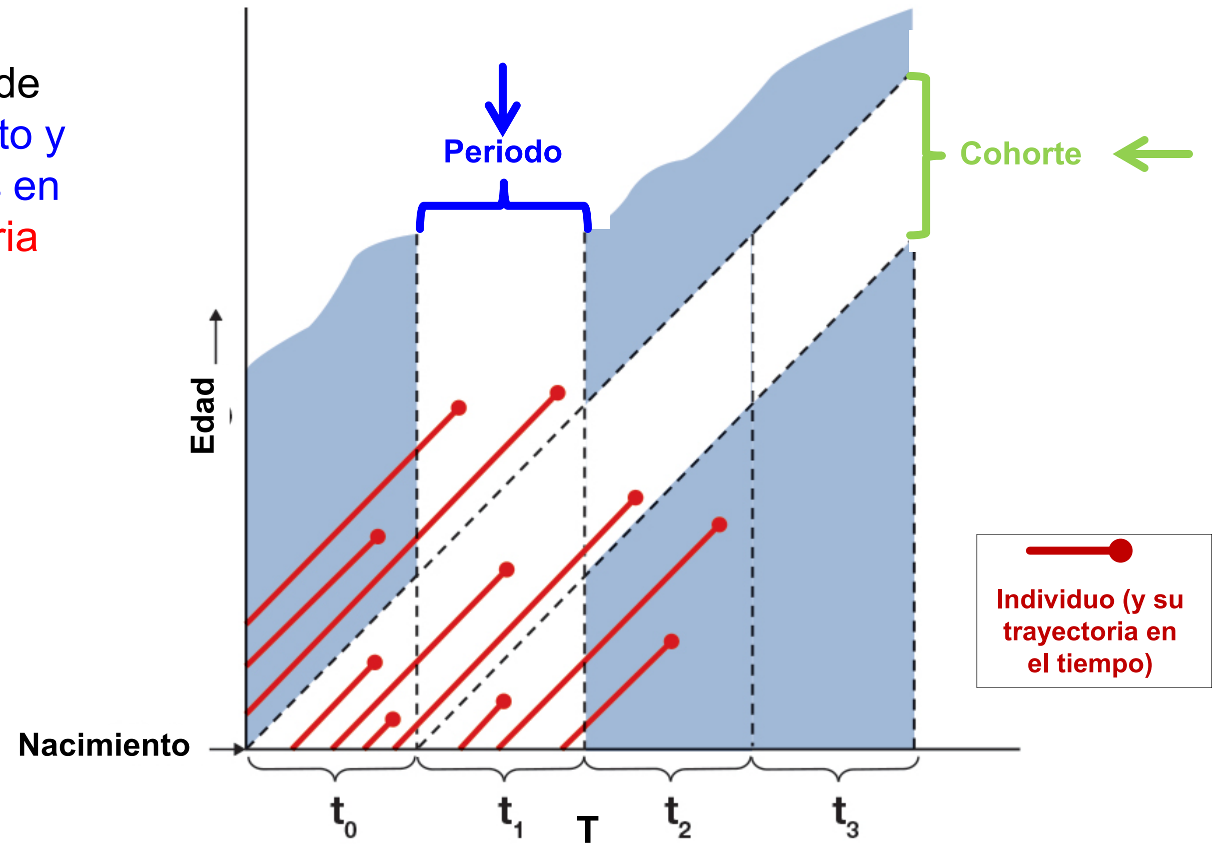
Patrones de historia de vida tienen consecuencias sobre la población

Efectos sobre: tamaño poblacional

Determinar tamaño poblacional y cambios a lo largo del tiempo

Monitoreo cuantitativo de los patrones de nacimiento y crecimiento de individuos en la población y la trayectoria de ellos en el tiempo

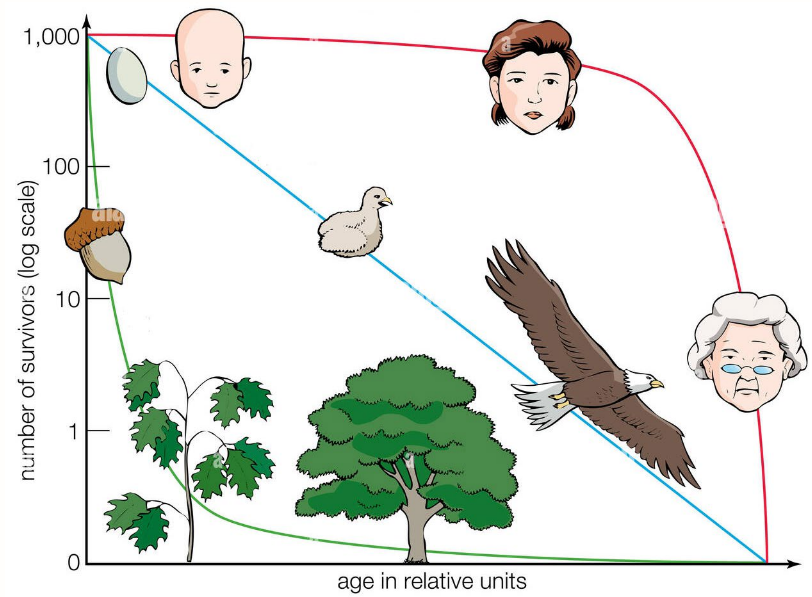
Estudio de la dinámica poblacional



Demografía: estudio de la población a través de métodos estadísticos para conocer **procesos** que determinan su formación, conservación y desaparición

Patrones de supervivencia y mortalidad

Patrones de supervivencia (reflejados en curvas de supervivencia)



- Variación interespecífica
- Variación intrapoblacional / interpoblacional (**en función de contextos ambientales**)

Patrón 1
- Muchos hijos
  - Alta tasa de mortalidad juvenil

Patrón 2
- Pocos hijos
  - Inversión alta en su cuidado
    - Alta tasa de supervivencia

Patrón 3
- Patrones intermedios
  - Tasa reproductiva
  - Cuidado parental
  - Supervivencia juvenil

Discernir patrones de supervivencia

Determinando tasas de adición (**natalidad**) y eliminación (**mortalidad**) de individuos en la población local

↓

Tabla de vida: Forma de describir las tasas de supervivencia y mortalidad especificas a una edad para una población (**datos estándar para comparar poblaciones**)

↓

- Permiten cuantificar cuanto está creciendo o decreciendo una población en el tiempo
  - Identificando las etapas del ciclo de vida en las cuales la sobrevivencia o la natalidad son criticas para el aumento o descenso del tamaño poblacional

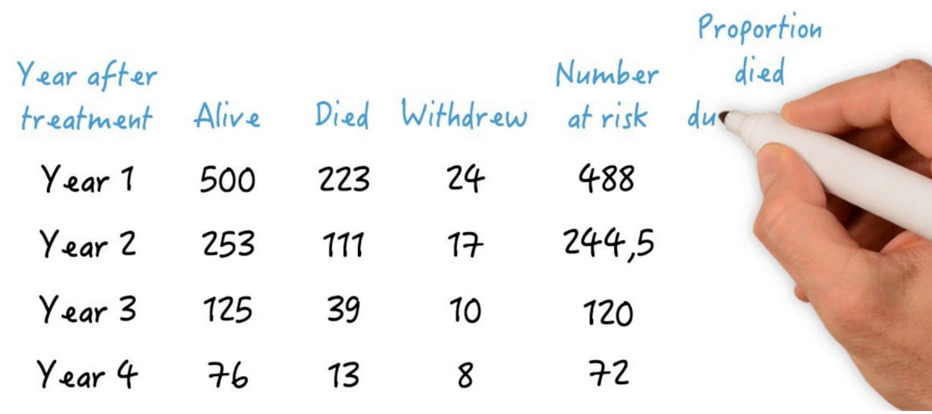


Table 53.1 Life Table for Belding's Ground Squirrels (*Spermophilus beldingi*) at Tioga Pass, in the Sierra Nevada of California*

	FEMALES					MALES				
Age (years)	Number Alive at Start of Year	Proportion Alive at Start of Year	Number of Deaths During Year	Death Rate†	Average Additional Life Expectancy (years)	Number Alive at Start of Year	Proportion Alive at Start of Year	Number of Deaths During Year	Death Rate†	Average Additional Life Expectancy (years)
0–1	337	1.000	207	0.61	1.33	349	1.000	227	0.65	1.07
1–2	252‡	0.386	125	0.50	1.56	248‡	0.350	140	0.56	1.12
2–3	127	0.197	60	0.47	1.60	108	0.152	74	0.69	0.93
3–4	67	0.106	32	0.48	1.59	34	0.048	23	0.68	0.89
4–5	35	0.054	16	0.46	1.59	11	0.015	9	0.82	0.68
5–6	19	0.029	10	0.53	1.50	2	0.003	2	1.00	0.50
6–7	9	0.014	4	0.44	1.61	0				
7–8	5	0.008	1	0.20	1.50					
8–9	4	0.006	3	0.75	0.75					
9–10	1	0.002	1	1.00	0.50					

Source: P. W. Sherman and M. L. Morton, Demography of Belding's ground squirrel, *Ecology* 65:1617–1628 (1984).
*Females and males have different mortality schedules, so they are tallied separately.
†The death rate is the proportion of individuals dying during the specific time interval.
‡Includes 122 females and 126 males first captured as 1-year-olds and therefore not included in the count of squirrels age 0–1.

Estimar patrones de supervivencia dentro de una población

Tres formas de registro de datos y estimación de tasas de variación de parámetros poblacionales → **Tablas de vida**

- **Horizontales**
- **Verticales**

1 (más confiable):

- Tomar un grupo de individuos que nacen en el mismo tiempo o intervalo (**cohorte**)
  - Monitorearlos desde su nacimiento hasta su muerte

→ **Tabla de vida horizontal** (de cohorte; especificas a la edad)

Obtención de datos no es fácil

✓ En animales es poco común (móviles y longevos)

✓ Normalmente para especies **semélparas** (anuales / sin traslape de generaciones)

2:

- En poblaciones silvestres: registro de la edad de muerte de una gran cantidad de individuos
  - Son datos de distribución de edades de una parte de la población en un momento particular
  - Individuos registrados no han nacido al mismo tiempo o intervalo

→ **Tabla de vida vertical** (estáticas o especificas al tiempo)

Estática:

✓ Instantánea de la supervivencia dentro de una población durante un corto intervalo de tiempo

✓ organismos **iteróparos** o longevos

Gorrión cantor (*Melospiza melodía*)

Tabla de vida horizontal (de cohorte) para una especie anual

Edad en años (x)	N individuos vivos en el intervalo (n_x)	Supervivencia (l_x)	Log_{10} l_x	N muertos en el intervalo x a x+1 (d_x)	Tasa mortalidad (q_x)
0	115	1000 (1*1000)	3	90	0.78
1	25	217	2.10	6	0.24
2	19	165	2.22	7	0.37
3	12	104	2.02	10	0.83
4	2	17	1.23	1	0.50
5	1	9	0.95	1	1.00
6	0	0	—	—	—

Valor descendiente en la columna de número de individuos por intervalo de edad (n_x)

Estandarizado a 1000 individuos iniciales hipotéticos. Cada l_x * 1000 (para comparar entre poblaciones o entre especies; no depender del número real de individuos considerados en cada estudio)

Tabla de vida vertical (estática) para una especie iterópara

Ciervo rojo
(Cervus elaphus)

Edad en años (x)	N individuos vivos en el intervalo (n_x)	Supervivencia (l_x)	Log_{10} l_x	N muertos en el intervalo x a x+1 (d_x)	Tasa mortalidad (q_x)
1	129	1000 (1*1000)	3	116	0.116
2	114	884	2.95	8	0.009
3	113	876	2.94	48	0.055
4	81	625	2.80	23	0.037
5	78	605	2.78	148	0.245
6	59	457	2.66	-47	—
7	65	504	2.70	78	0.155
8	55	426	2.63	232	0.545
9	25	194	2.29	124	0.639
10	9	70	1.85	8	0.114
11	8	62	1.79	8	0.129
12	7	54	1.73	38	0.704
13	2	16	1.20	8	0.500
14	1	8	0.90	-23	—
15	4	31	1.49	15	0.484
16	2	16	1.20	—	—

Cuál es la diferencia con la horizontal?

No hay un valor descendiente en la columna de número de individuos por intervalo de edad (n_x)

Significado de cada variable (columnas) en la tabla

x (clase o intervalo de edad) = grupos (intervalos) de edad en los cuales el investigador dividió la cohorte. La escala (días, años) depende del organismo estudiado

n_x = cantidad total de individuos vivos al **inicio** de cada intervalo (x)

d_x = número de individuos que mueren en cada intervalo de tiempo (diferencia entre valores sucesivos de $\mathbf{n_x}$)

$$d_x = n_x - n_{x+1}$$

Edad en años (x)	N individuos vivos en el intervalo (n_x)	Supervivencia (l_x)	$Log_{10}\ l_x$	N muertos en el intervalo x a x+1 (d_x)	Tasa de mortalidad (q_x)
0	115	1000 (1*1000)	3	90	0.78
1	25	217	2.10	6	0.24
2	19	165	2.22	7	0.37
3	12	104	2.02	10	0.83
4	2	17	1.23	1	0.50
5	1	9	0.95	1	1.00
6	0	0	—	—	—

l_x (supervivencia) = proporción de supervivientes desde el nacimiento ($\mathbf{n_0}$) hasta la edad x ($\mathbf{n_x}$)

$$l_x = n_x/n_0$$

El valor l_x se expresa en **log_{10}**: las curvas de sobrevivencia se construyen con datos logarítmicos

q_x (tasa de mortalidad por edad) = tasa de mortalidad *per capita* entre el intervalo **x** y **x+1**

$$q_x = {d_x}/{n_x}$$

¿Por qué supervivencia (l_x) en escala logarítmica?

Hipotéticamente… Dos poblaciones con tamaños poblacionales iniciales distintos

Población 1

Inicial (**t = 0 años**): 1000 inds.

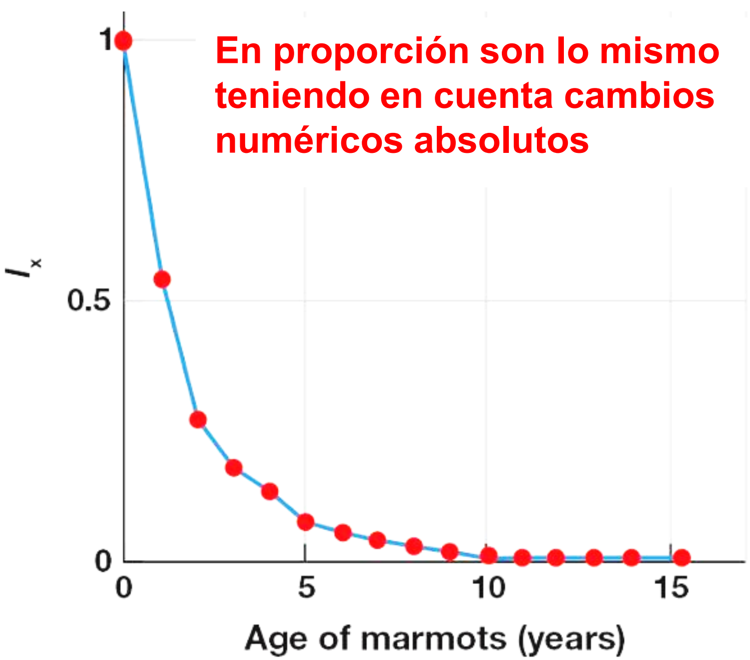
En edad siguiente (**t = 1 año**): 500 inds.

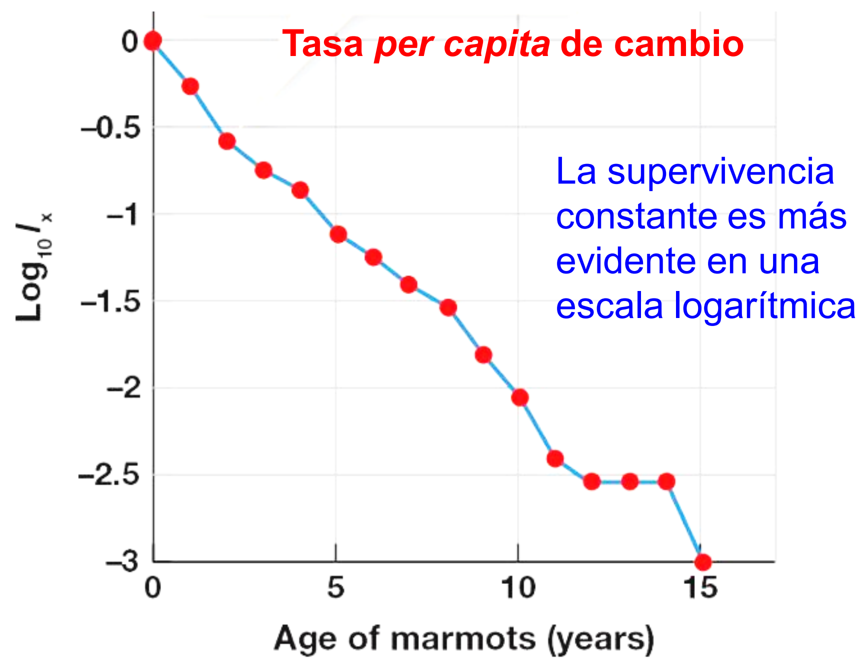
Población 2

Inicial (**t = 0 años**): 50 inds.

En siguiente (**t = 1 año**): 25 inds.

¿dónde fue más drástica la reducción de la población de t = 0 a t = 1?

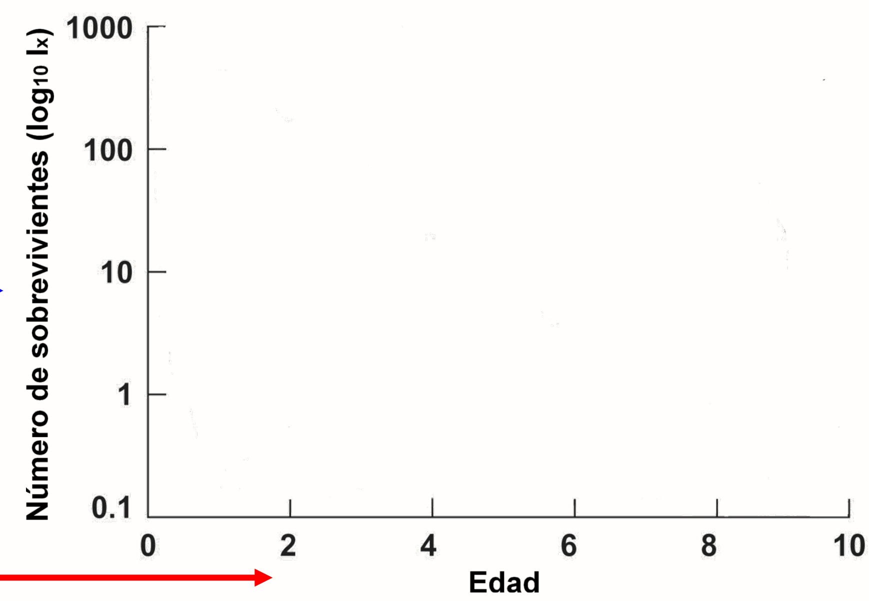




Curvas de supervivencia

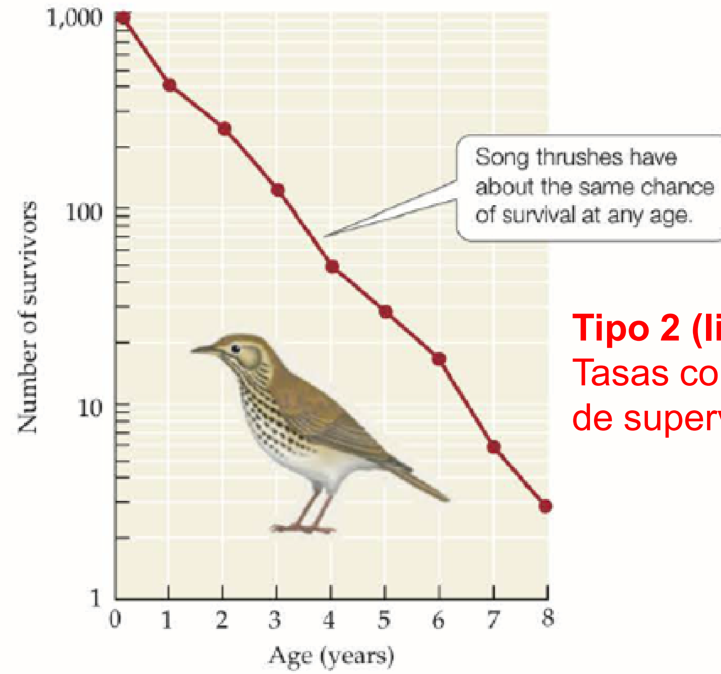
Reflejan los patrones de supervivencia

Edad en años (x)	N individuos vivos en el intervalo (n_x)	Supervivencia (l_x)	Log_{10} l_x	N muertos en el intervalo x a x+1 (d_x)	Tasa de mortalidad (q_x)
0	115	1000 (1*1000)	3	90	0.78
1	25	217	2.10	6	0.24
2	19	165	2.22	7	0.37
3	12	104	2.02	10	0.83
4	2	17	1.23	1	0.50
5	1	9	0.95	1	1.00
6	0	0	—	—	—

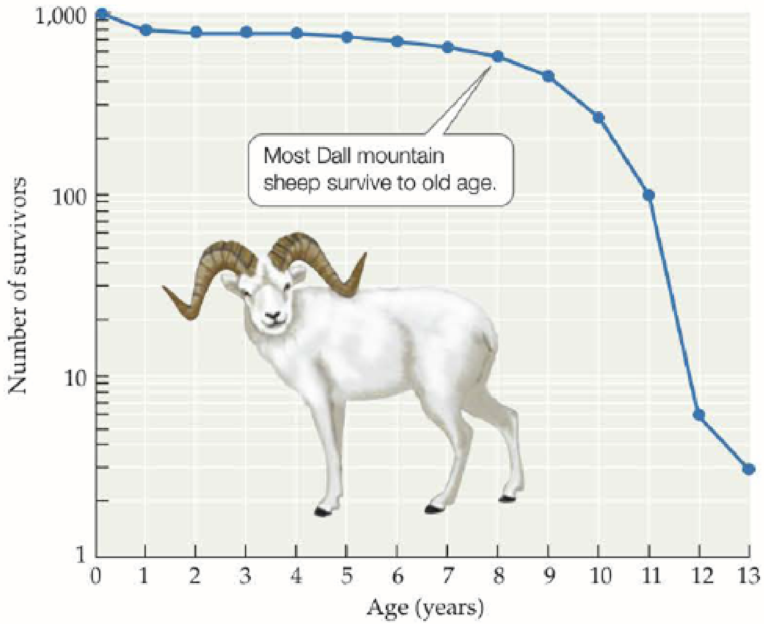


Tres tipos de curvas de supervivencia

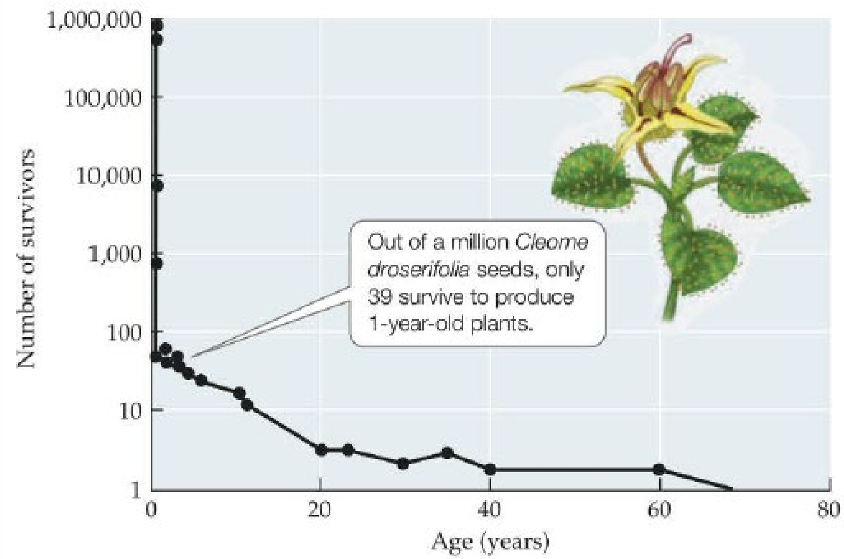
Distribución de la supervivencia a través del tiempo de vida de los individuos



Tipo 2 (lineal): Tasas constantes de supervivencia



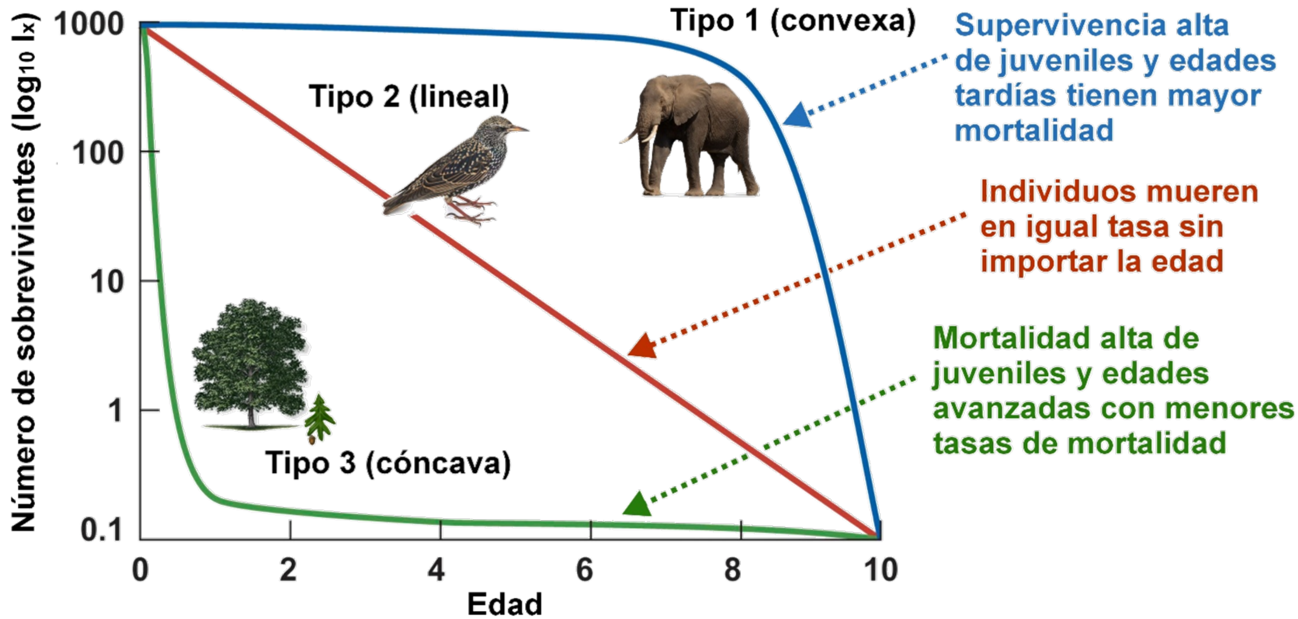
Tipo 3 (cóncava): Alta mortalidad entre los jóvenes



Tipo 1 (convexa): alta supervivencia entre los jóvenes

Curvas de supervivencia

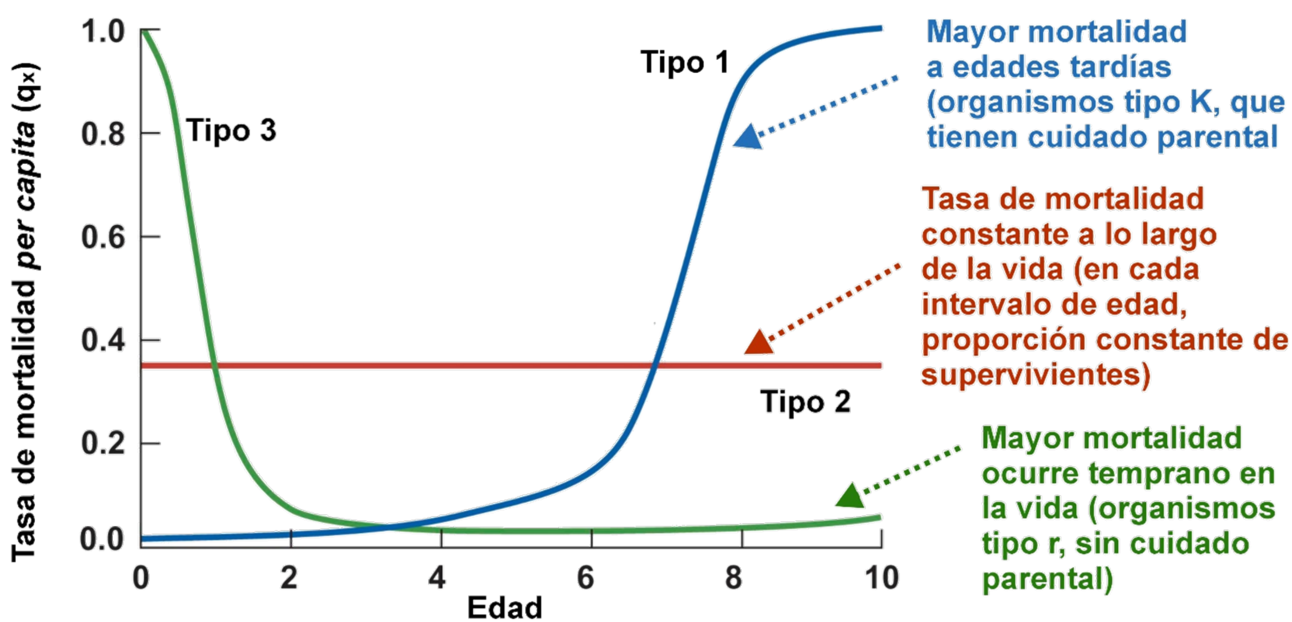
Supervivencia (l_x) *versus* edad



Curvas de mortalidad

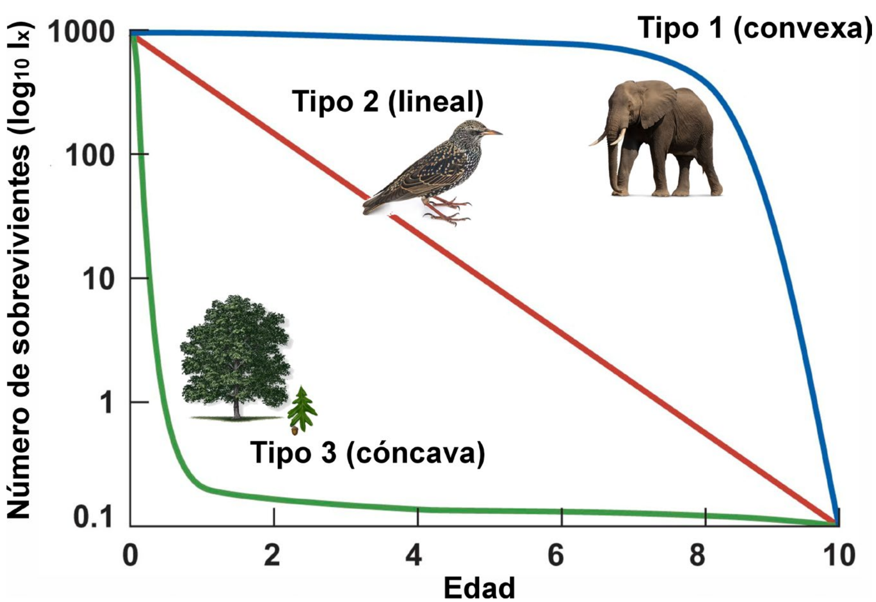
Distribución de la tasa de mortalidad a través del tiempo de vida de los individuos

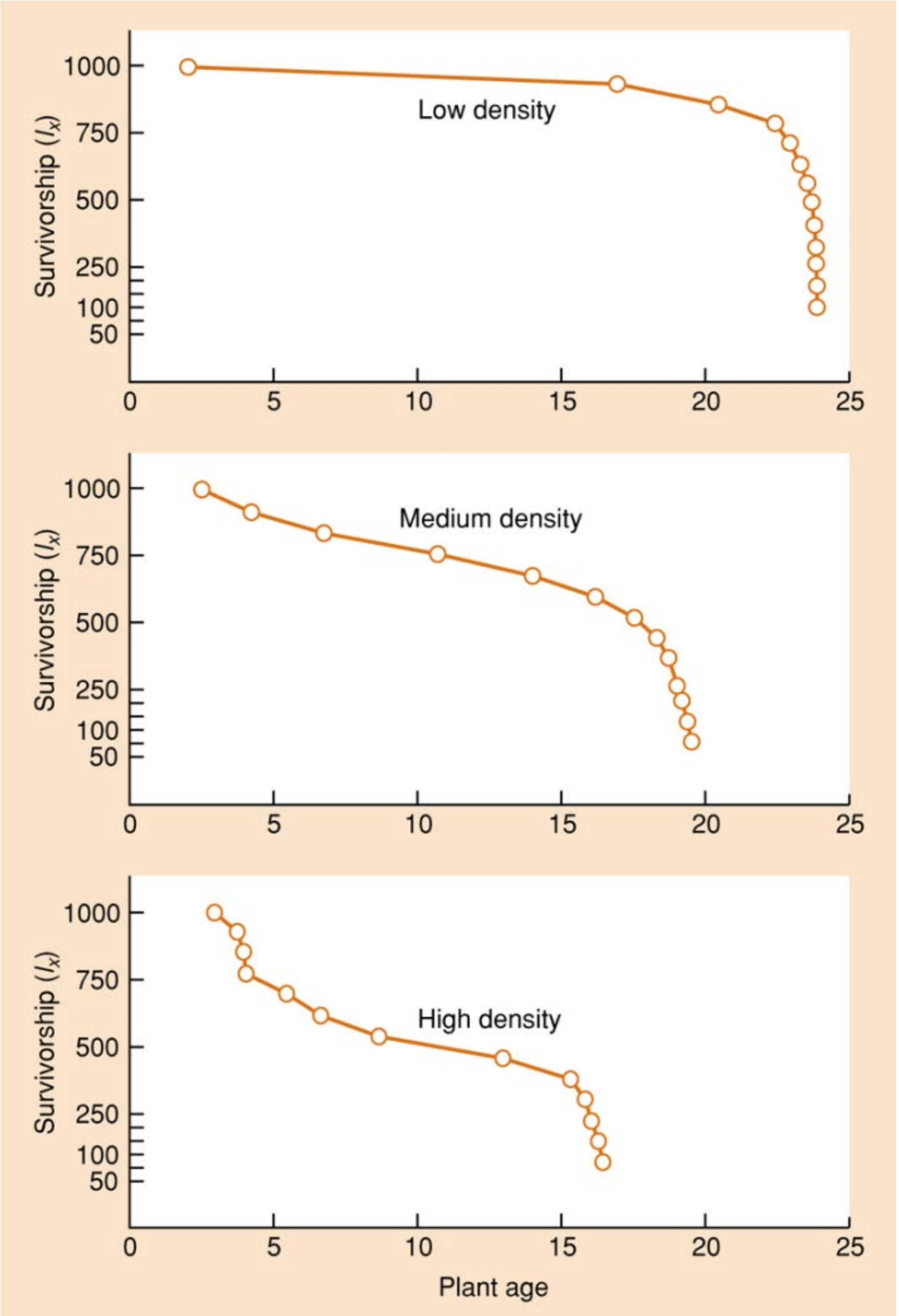
Mortalidad (q_x) *versus* edad



Las curvas no son generalizables

Variaciones dependiendo de la densidad poblacional





Variables asociadas a la fecundidad y tasas reproductivas

En la **Tabla de Vida** se adicionan tres columnas con los siguientes datos relacionados con la **Tabla de fecundidad***:

1. Tasa de natalidad específica por edad (**$m_x = b_x$**)
2. Producto de la supervivencia (l_x) y m_x = **$l_x * m_x$**
3. Producto de la edad x, l_x y m_x = **$x * l_x * m_x$**

Combinando los datos de la **Tabla de Vida** con datos de la **tabla de fecundidad*** permite estimar:

- Tasa reproductiva neta por generación (R_0)
- Tasa geométrica de incremento poblacional (λ)
- Tiempo generacional (T = G)
- Tasa de incremento *per capita* (r)

Parámetros poblacionales clave que afectan las dinámicas poblacionales

* **Tabla de fecundidad**: tasas de natalidad de hembras de diferentes edades en una población

Estimación de tasas en especies anuales (semélparas), sin solapamiento de generaciones

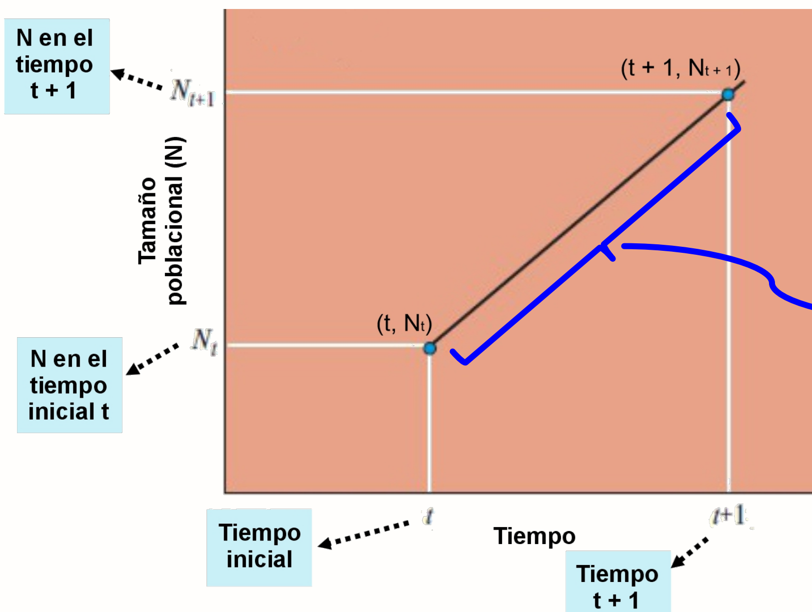
1. **Tasa reproductiva neta por generación (R_0)**: Número promedio de hijas producidas por una hembra en una población a lo largo de su vida*

   * Asumiendo distribución estable de edades (sin solapamiento de edades): l_x y m_x son constantes

→ Sumatoria del producto de l_x y m_x por cada clase de edad: $\sum l_x m_x$

x	n_x	l_x	m_x	$l_x m_x$
0–299	996	1.0000	0.0000	0.0000
299–306	158	0.1586	0.3352	0.0532
306–313	154	0.1546	0.7963	0.1231
313–320	151	0.1516	2.3995	0.3638
320–327	147	0.1476	3.1094	0.4589
327–334	136	0.1365	2.5411	0.3469
334–341	105	0.1054	3.1589	0.3330
341–348	74	0.0743	8.6625	0.6436
348–355	22	0.0221	4.3072	0.0952
355–362	0	0.0000	0.0000	0.0000
				$R_0 = \sum l_x m_x = 2.4177$

2. **Tasa geométrica de incremento poblacional (λ)**: tasa a la cual la población crece entre dos tiempos (proporción del tamaño poblacional)



Proporción de N_{t+1} respecto a N_t

$$\lambda = \frac{N_{t+1}}{N_t}$$

Estimación de tasas en especies iteróparas con solapamiento de generaciones*

* Solapamiento de generaciones: en un mismo tiempo están presentes individuos de distintas edades (hijos de hijos de hijos)

También se puede calcular R_0

Interés en otros parámetros poblacionales, propios de especies iteróparas

- Tiempo generacional (T = G)
- Tasa de incremento *per capita* (r)

x (years)	l_x	m_x	$l_x m_x$	$x l_x m_x$
0	1.0000	0	0	0
1	0.2610	0	0	0
2	0.1360	0	0	0
3	0.0981	0	0	0
⋮				
29	0.00287	0.96	0.00276	0.08004
30	0.00251	0.96	0.00241	0.07230
31	0.00220	0.96	0.00211	0.06541
32	0.00193	0.96	0.00185	0.05920
33	0.00169	0.96	0.00162	0.05346
34	0.00148	0.96	0.00142	0.04828
35	0.00130	0.96	0.00125	0.04375
36	0.00114	0.96	0.00109	0.03924
37	<0.00100	0	0	0

$R_0 = \Sigma\, l_x m_x = 0.601 \quad \Sigma\, x l_x m_x = 6.4$

$$T = \frac{\Sigma\, x l_x m_x}{R_0} = \frac{6.4}{0.601} = 10.6$$

Tiempo generacional (T = G):
edad promedio de reproducción

$$T = \frac{\Sigma\, x l_x m_x}{R_0}$$

Teniendo $\mathbf{R_0}$ y **T**

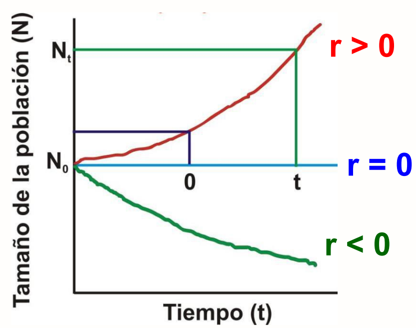
Estimar: tasa *per capita* de incremento poblacional

$$\boxed{r} = \frac{\ln R_0}{T}$$

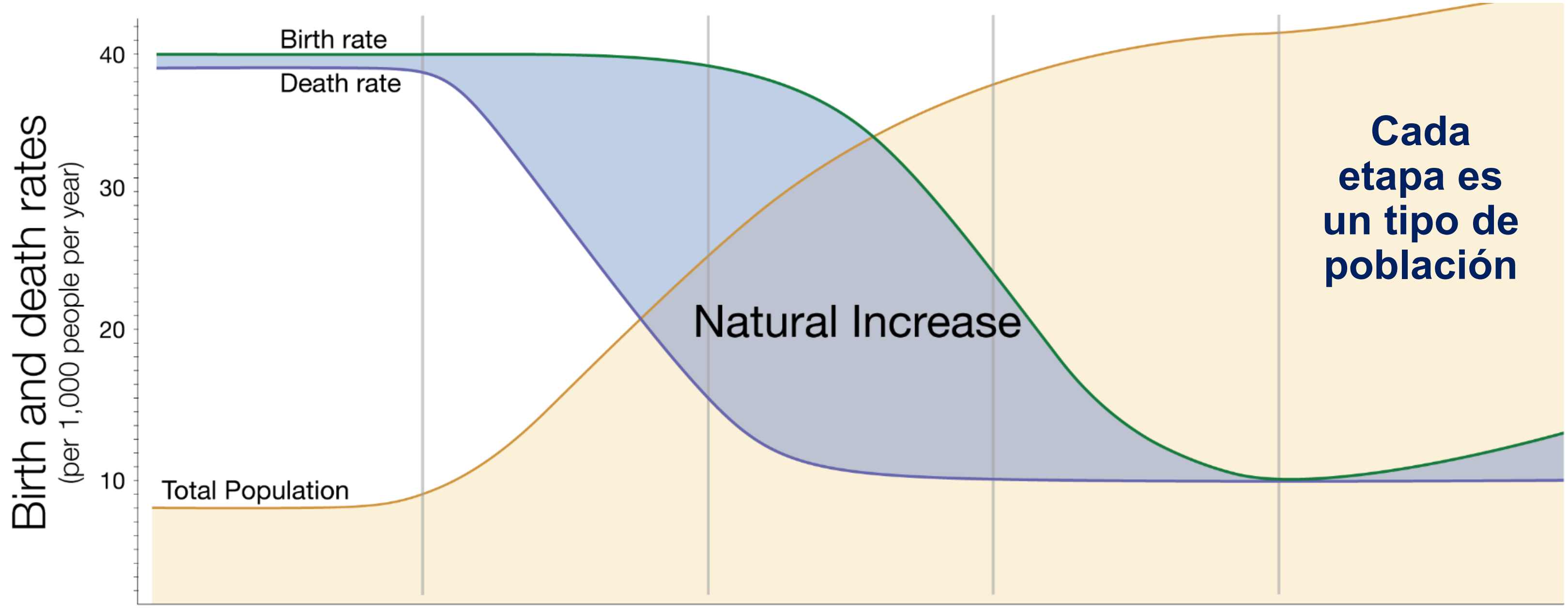
r = b – d

b: tasa de natalidad

d: tasa de mortalidad

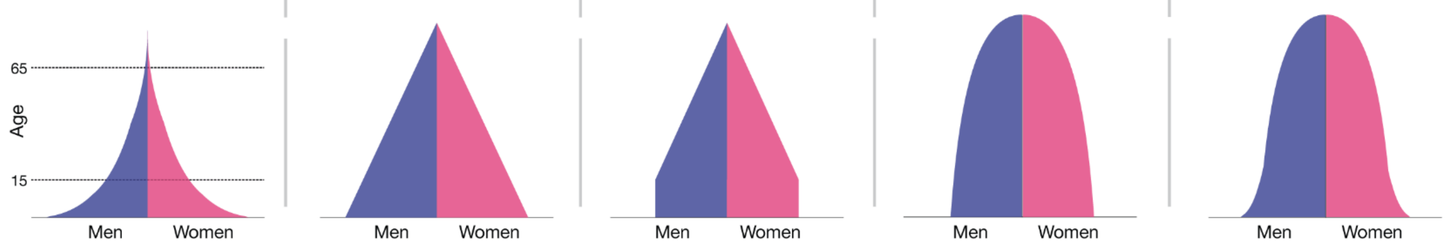


Con esa simple ecuación, se puede conocer la trayectoria de una población en el tiempo (transición demográfica)



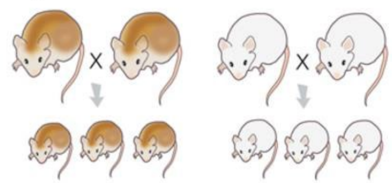
	Stage 1	Stage 2	Stage 3	Stage 4	Stage 5
Birth rate	High	High	Falling	Low	Rising again
Death rate	High	Falls rapidly	Falls more slowly	Low	Low
Natural increase	Stable or slow increase	Very rapid increase	Increase slows down	Falling and then stable	Stable or slow increase

Population Pyramid



Crecimiento de las poblaciones

- **Darwin**: padres, **en promedio**, producen más descendencia durante su vida de lo necesario para reemplazarse a sí mismos
  - Poblaciones tendrán el potencial de aumentar en número o cantidad
  - **Es una de las piedras angulares de su teoría evolutiva por SN**



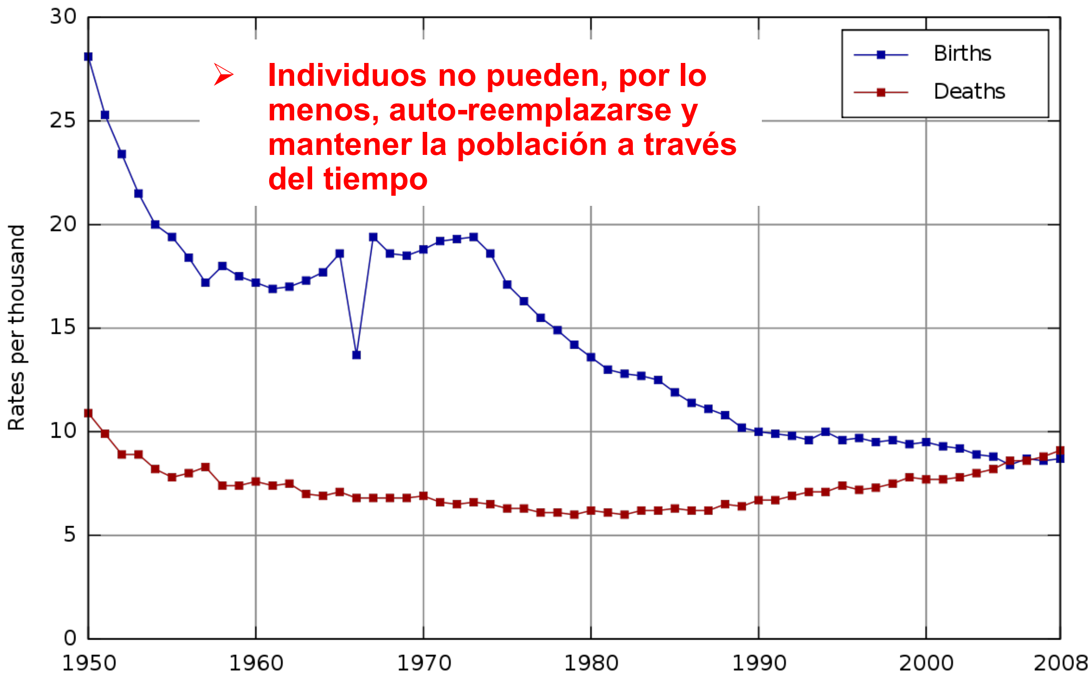
Entonces:

- ¿Por qué los organismos deberían tener esta característica?
- ¿Por qué debería haber una sobreproducción de descendencia?

O de otra manera visto…:

- ¿Cuál sería el destino de las poblaciones que no tienen esta característica?

¿Qué sucede con las poblaciones que adoptan una estrategia de reemplazo exacta?



Sufren el mismo destino: declive poblacional

- Porque siempre existe la posibilidad de que **algunos individuos mueran antes de reproducirse**
  - La base reproductiva se esta reduciendo

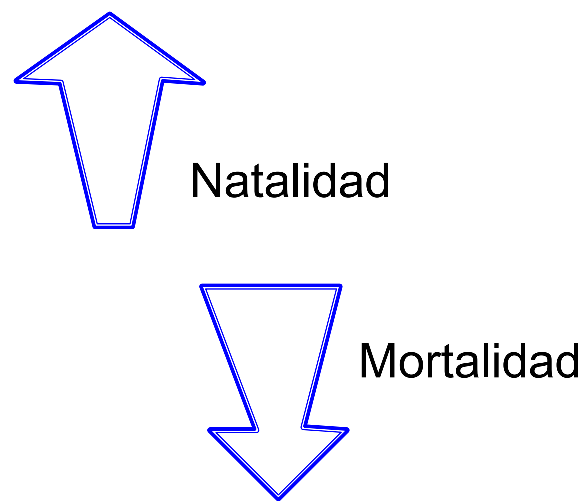
Aunque la selección natural puede seleccionar cualquier tasa de reproducción

- Siempre que la tasa reproductiva deje más descendientes que el tamaño inicial de parentales (= sobreproducción): la población sobrevivirá en comparación con las otras

- **Sobreproducción**: es una de las condiciones necesarias para la supervivencia a largo plazo de las poblaciones
  - Permite compensar las pérdidas pre-reproductivas y recuperarse de las reducciones en el tamaño de la población

Pero…

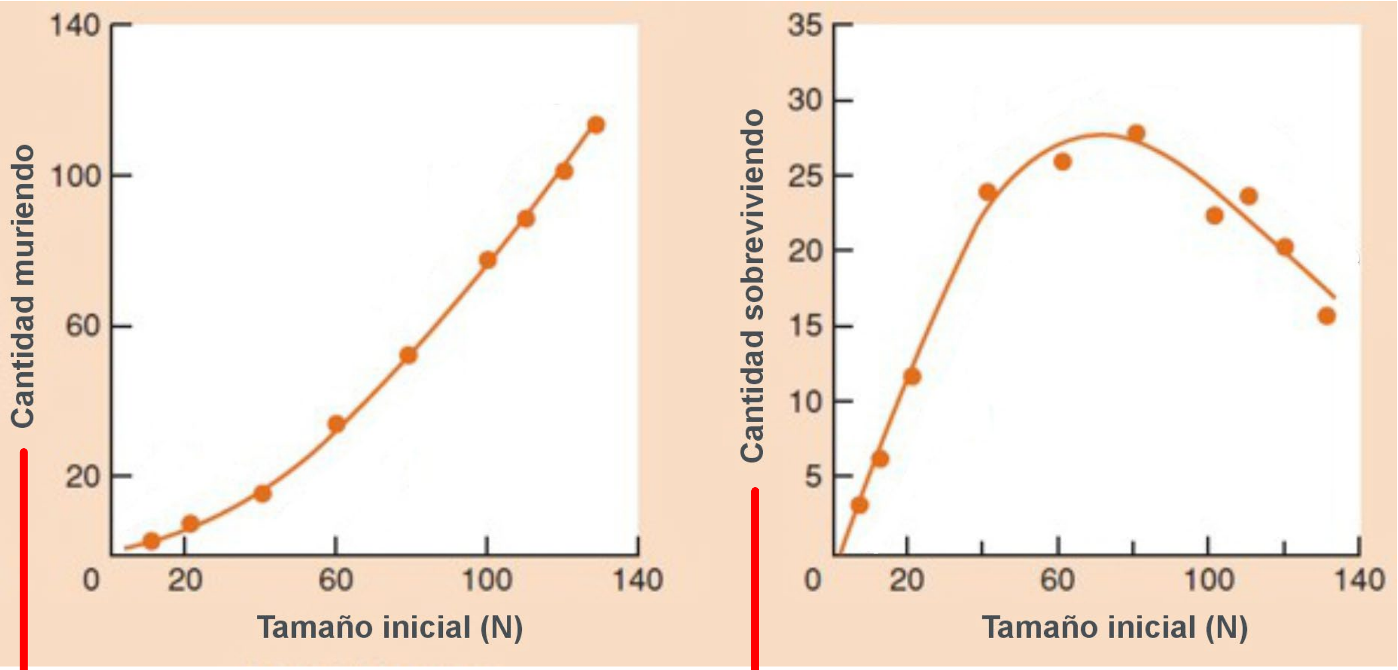
¿Qué sucede en aquellas poblaciones en las cuales tasa de crecimiento es constante?



La densidad y sus efectos sobre las poblaciones

La intensidad de la competencia depende en gran parte de la **densidad** de los individuos en la población y afecta varios procesos en la población

- Tasas de natalidad, supervivencia y mortalidad (parámetros demográficos)

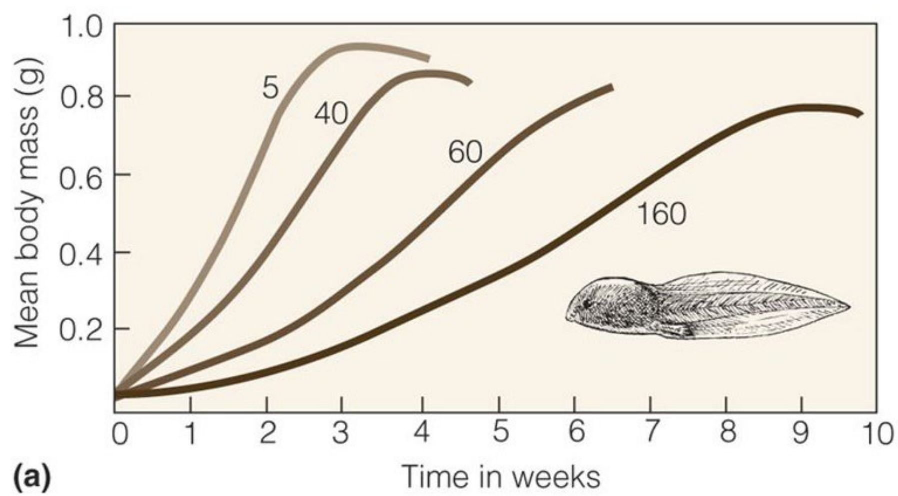


Afectan las tasas de crecimiento poblacional

¿Densidad o hacinamiento?

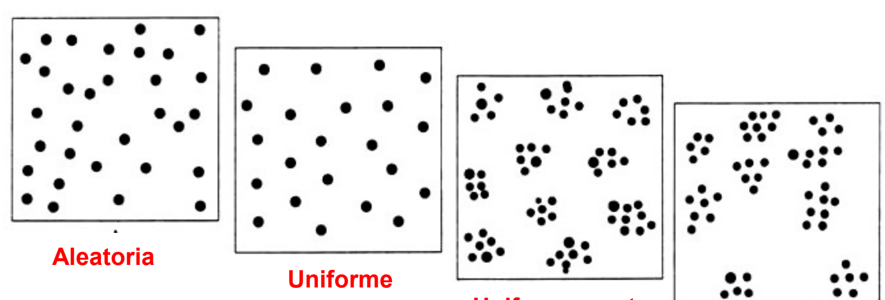
Intensidad de la competencia intraespecífica (CI) experimentada por el individuo: no relacionada con la densidad total de la población

Variación del aumento de la masa corporal es dependiente del tamaño poblacional



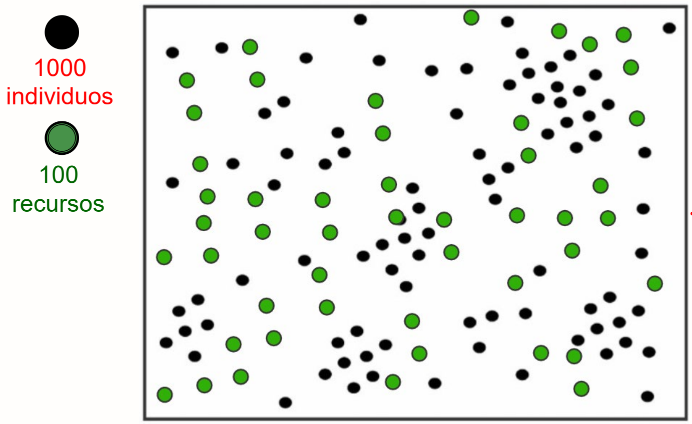
Realmente

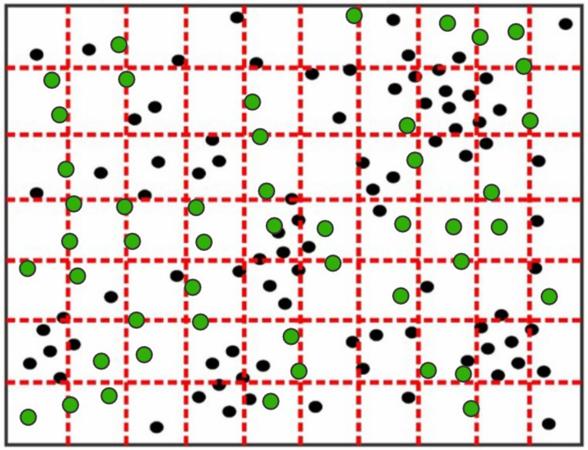
- **Efecto de CI sobre un individuo**: depende de que tanto está hacinado o inhibido por sus vecinos inmediatos



Definiciones de densidad

Definición típica: densidad basada en el recurso (o área si el espacio es el recurso)





D_{pob} = **n** / **A**

(# inds. / área)

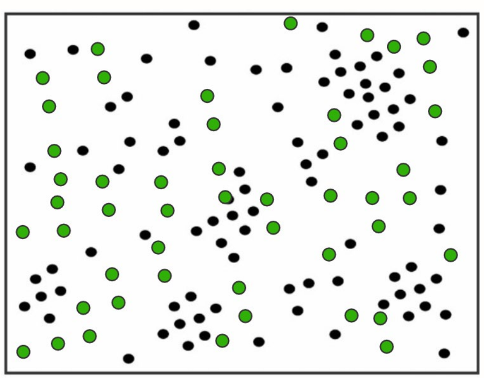
1000 / 100 = 10

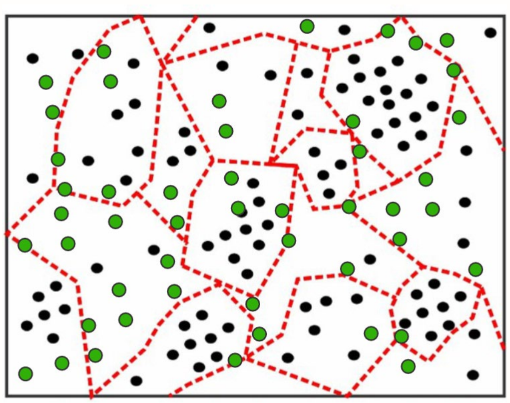
Intensidad de la competencia (grado de hacinamiento): precisa sólo si hay 10 individuos en cada recurso y cada recurso es de igual tamaño

Densidad ponderada por recursos (DPR)

¿Cuál sería el grado de densidad si está es ponderada por organismo?

- Está relacionado con la distribución de los recursos

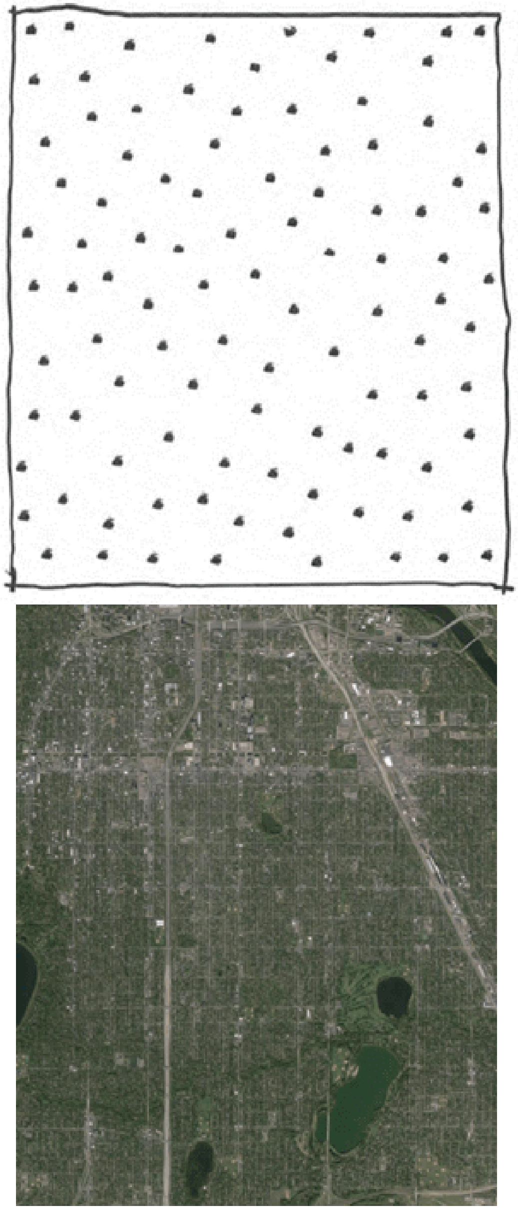




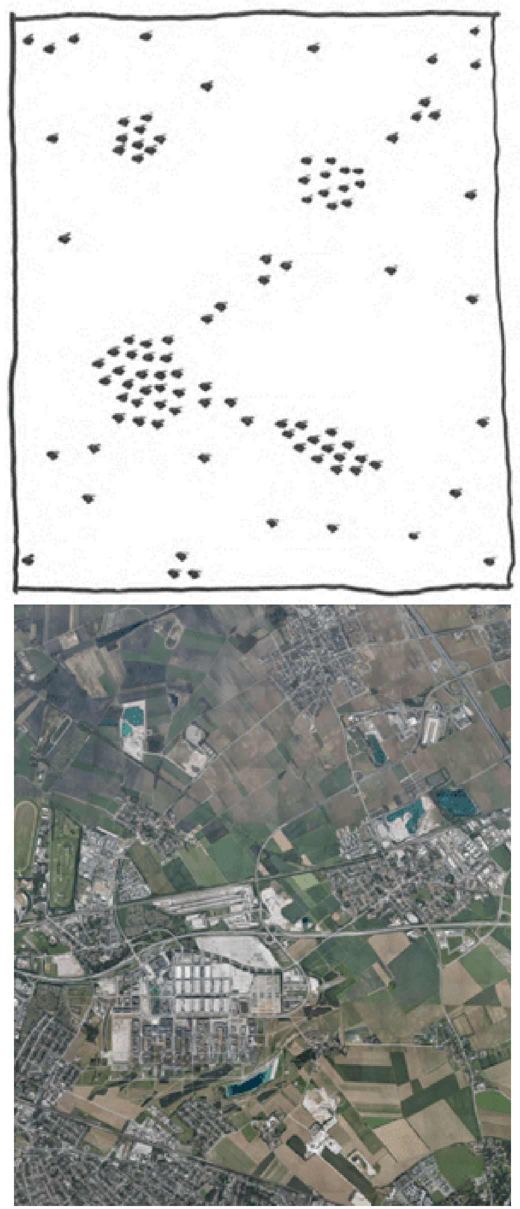
Densidad ponderada por organismo (DPO; densidad ecológica**)**: mide la intensidad de competición que cada individuo experimenta respecto a cuantos individuos hay alrededor

D_{pob} = **?????**

Sur de Minneapolis (USA)



Oriente de Múnich (Alemania)



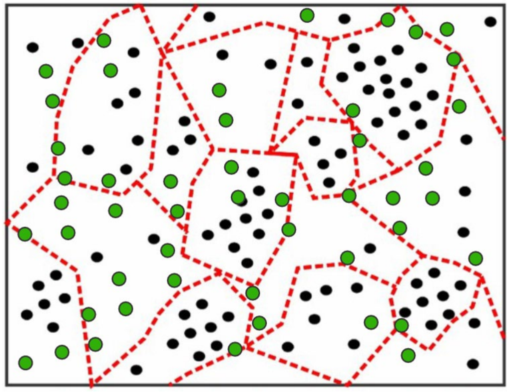
¿Dónde hay mayor densidad ponderada por recursos?

¿Dónde hay mayor densidad ponderada por organismo?

Vol. 134, No. 4 The American Naturalist October 1989

ON THE CHARACTERIZATION OF DENSITY AND RESOURCE AVAILABILITY

R. C. LEWONTIN AND R. LEVINS



$$D_O = \sum_{i=1}^{n} d_i \frac{N_i}{N_T}$$

N_i = cantidad de individuos en una determinada región *i*

N_T = cantidad total de individuos en toda la región

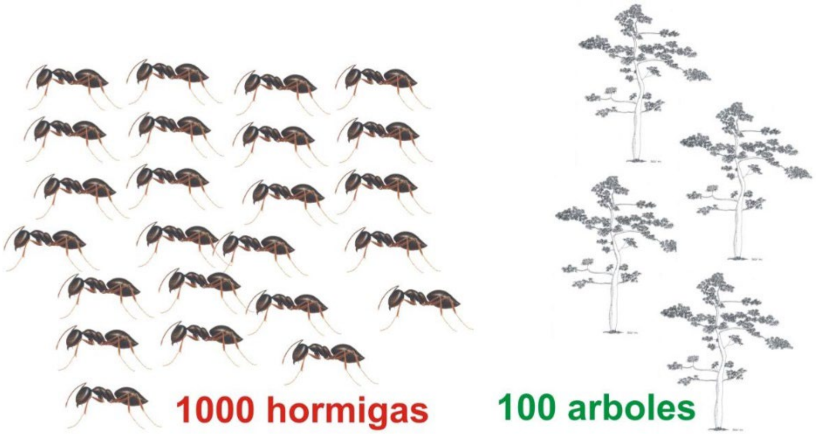
D_o = densidad ponderada por organismo

d_i = densidad efectiva de individuos en una determinada región *i*

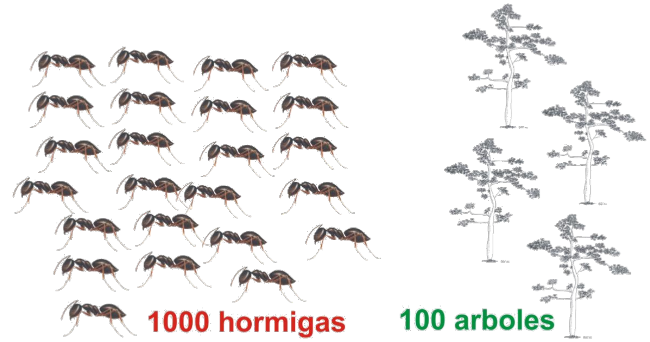
$$d_i = N_i/R_i$$

R_i = cantidad de recursos en una región *i*

$$D_O = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{R_i} \frac{N_i}{N_T},$$

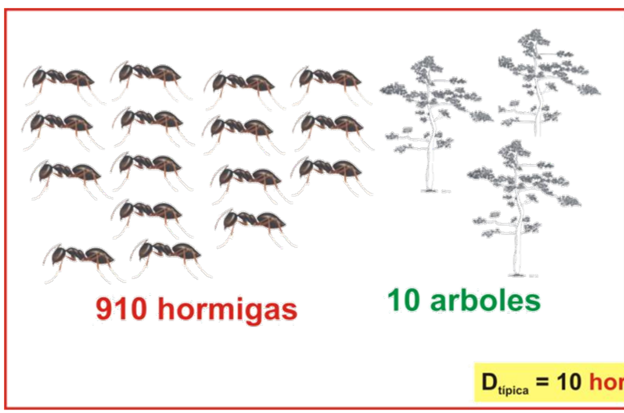


Densidad ponderada por recursos

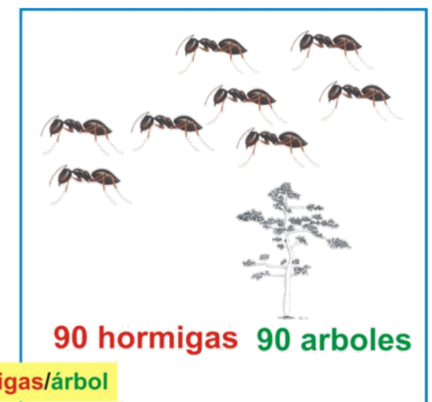


D = 1000/100 = 10 hormigas/árbol

Densidad ponderada por organismo



$D_{típica}$ = 10 hormigas/árbol

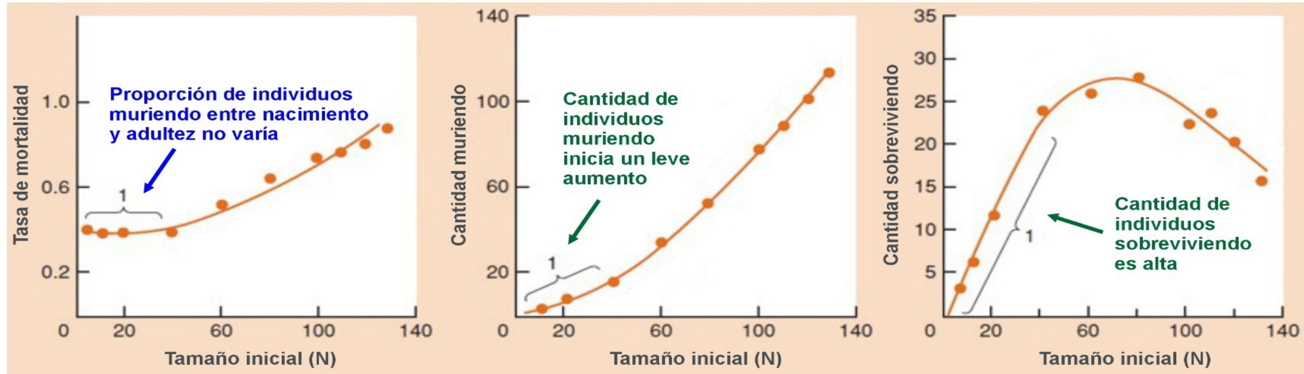


$$D_O = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{R_i} \frac{N_i}{N_T},$$

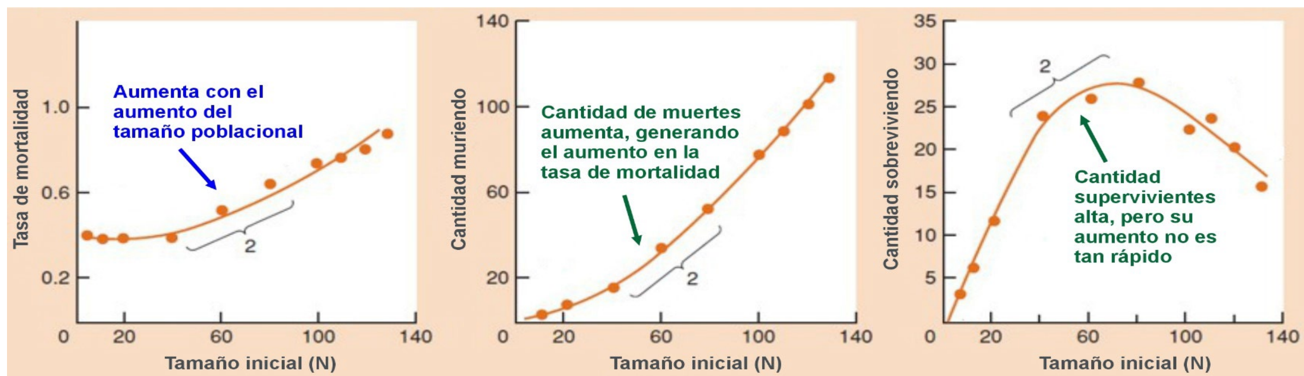
$D_{individuo}$ = 82.9 hormigas/árbol

Curvas de efectos denso-dependientes (características = regiones) por variaciones en la densidad o tamaño poblacional

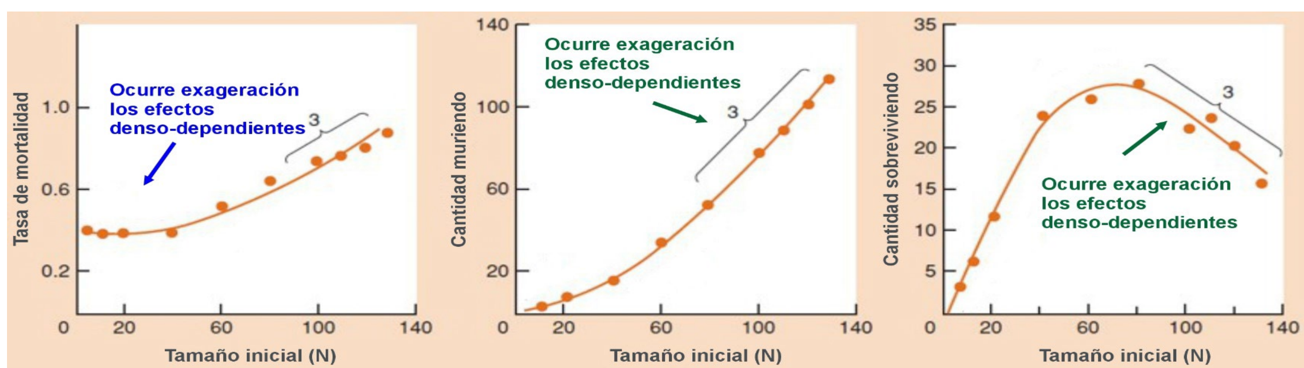
Región 1: efectos **denso-independientes** (respuesta no cambia su trayectoria (pendiente) aunque cambie la densidad)



Región 2 (subcompensación de la densidad): efectos **denso-dependientes** (modifican la respuesta a medida que aumenta la densidad)



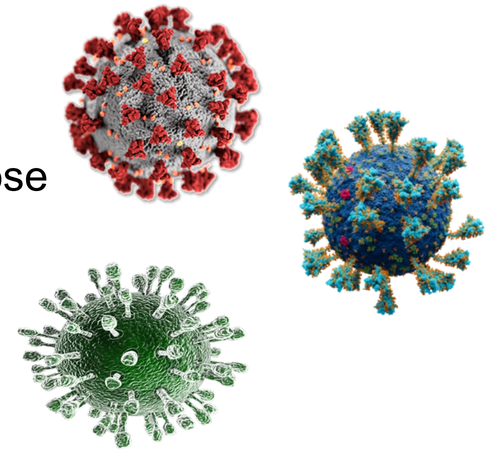
Región 3 (sobre-compensación de la densidad): efectos **denso-dependientes** (competencia intraespecífica se hace mas intensa con el aumento de la densidad; hay cambio en la pendiente de la curva, siendo más aguda)



Crecimiento poblacional

Inicios 2020…

- Mundo consciente de una nueva enfermedad viral propagándose
- Enfermedad contagiosa y no se conocía cura
  - Esta enfermedad es lo que todos conocemos ahora como COVID-19 (*coronavirus disease 2019*)



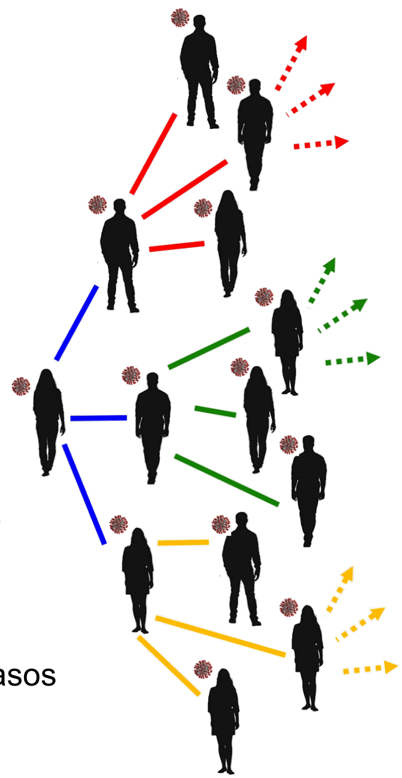
- Expertos advirtieron: si no se toman precauciones, la **infección se propagaría (número de casos) exponencialmente**
  - Uso de observaciones del número y crecimiento de casos en el mundo real
  - Creación de una ecuación para describir ese patrón y hacer predicciones para el futuro

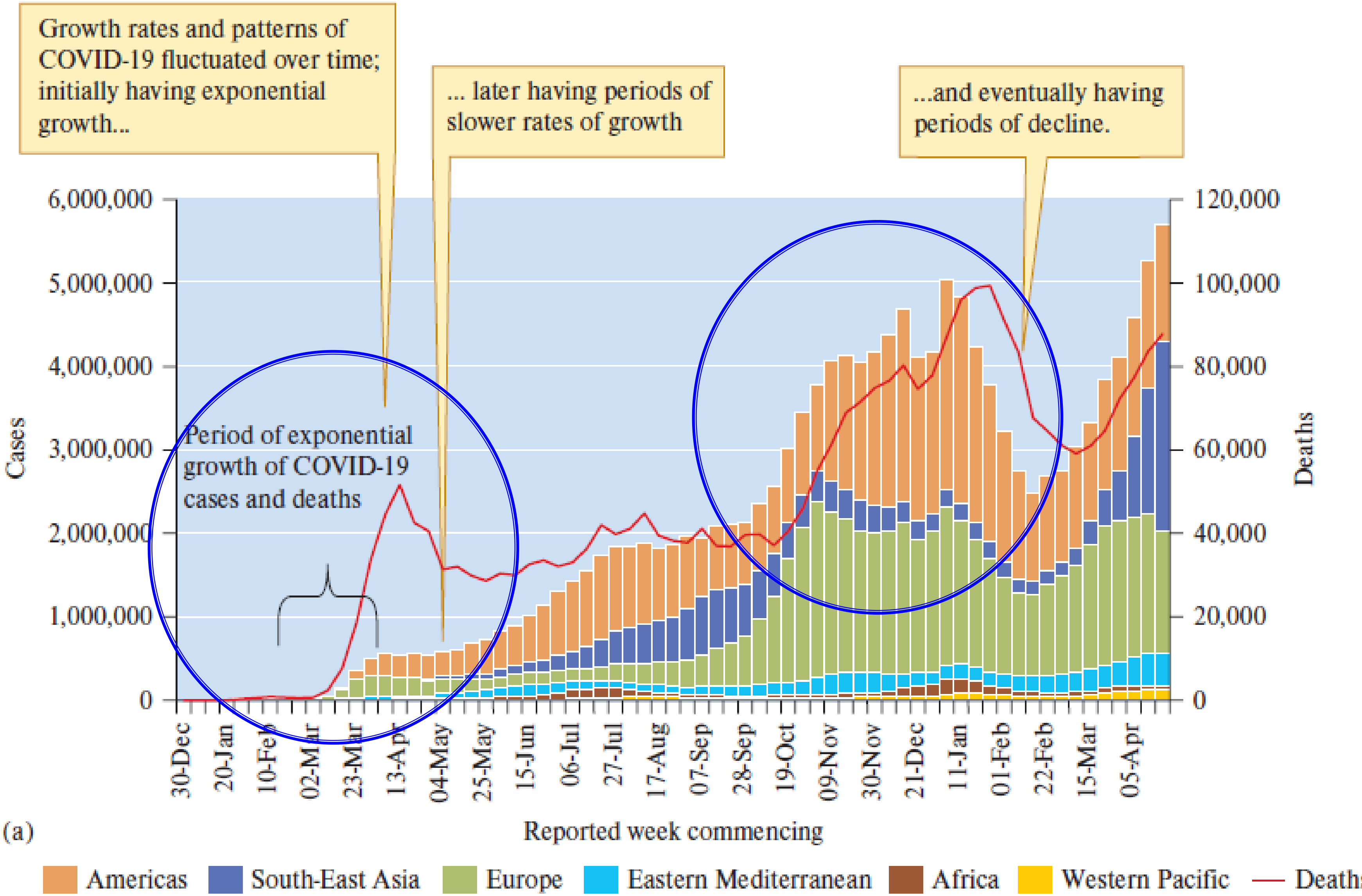
¿Qué tan rápido es?

¿Cuántos días tardará esa única persona en haber creado más de 1.000 personas infectadas?

Con tasa reproductiva = 3

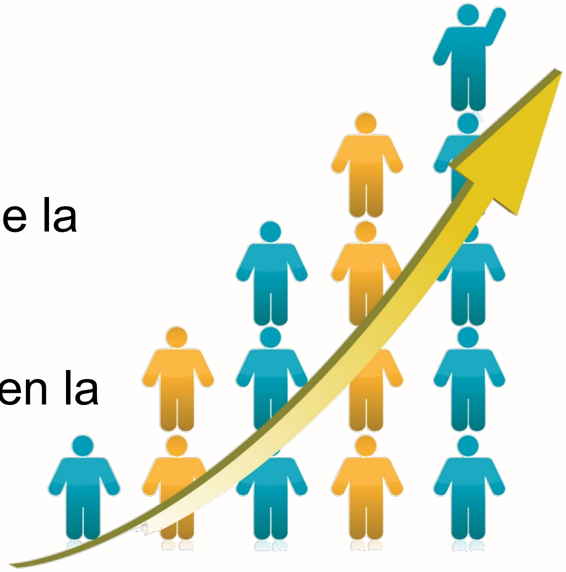
1 semana = 1093 casos





Número de casos activos y muertes a lo largo del tiempo por región global (datos de la OMS 2020)

Crecimiento poblacional

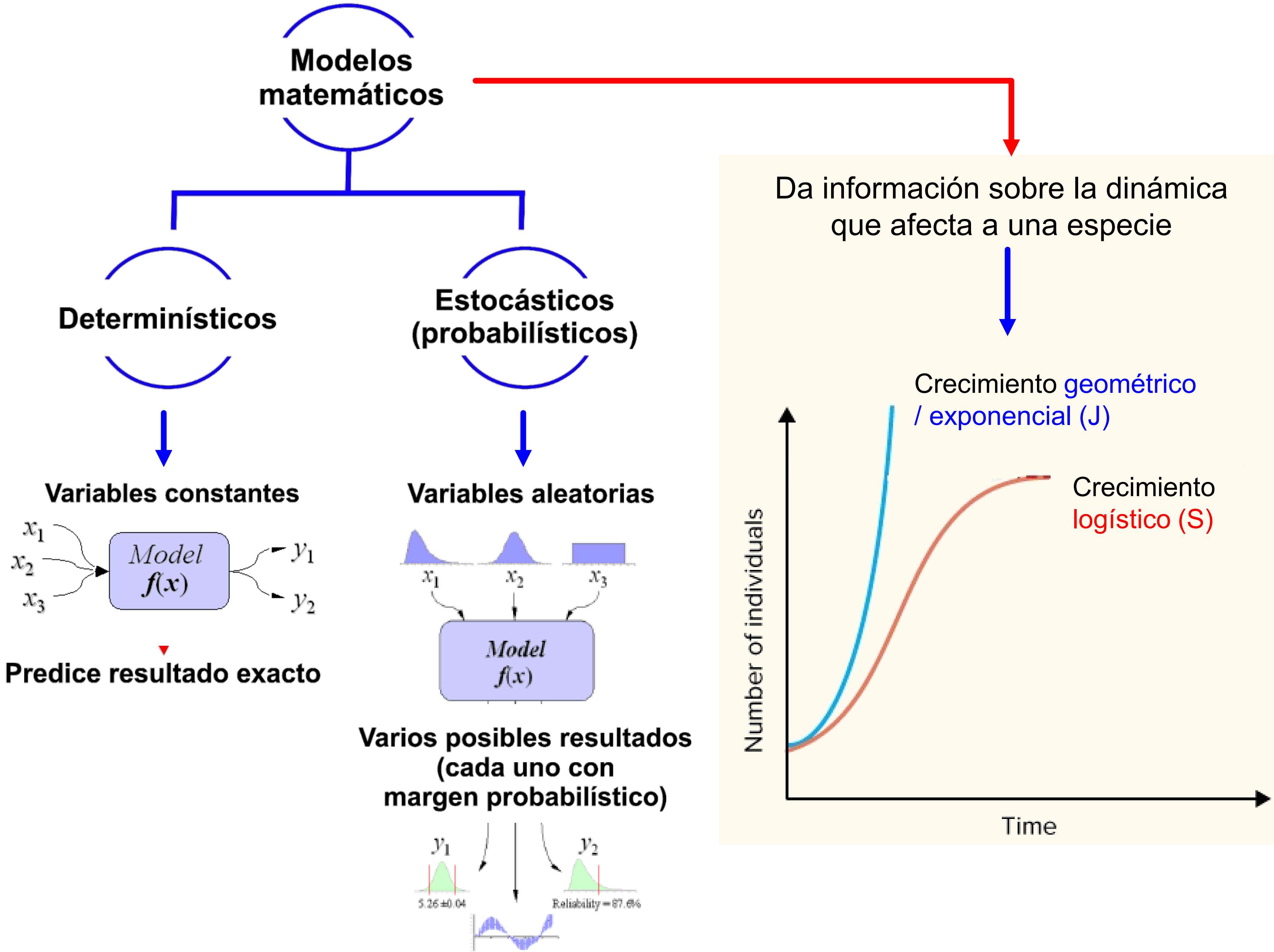


- El **crecimiento demográfico** es un proceso central de la ecología
    - ➢ Aumento o disminución del número de individuos en la población

- Comprender la forma en que crece una población natural

Requiere de →

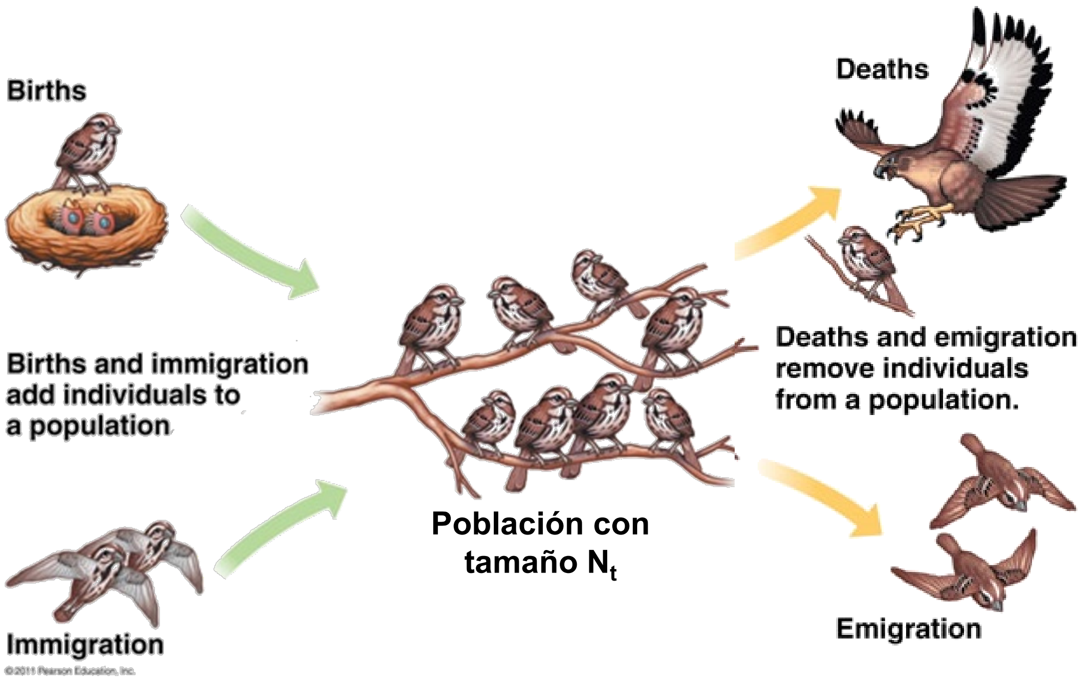
Modelos matemáticos


Modelos matemáticos
Determinísticos
Estocásticos (probabilísticos)
Variables constantes
Model
f(x)
Predice resultado exacto
Variables aleatorias
Varios posibles resultados (cada uno con margen probabilístico)
Da información sobre la dinámica que afecta a una especie
Crecimiento geométrico / exponencial (J)
Crecimiento logístico (S)
Number of individuals
Time

Crecimiento poblacional (# ind./unidad de tiempo)

Reclutamiento (adición) – Perdida (eliminación)

Nacimientos [B] + Inmigrantes [I]*   Muertes [D] + emigrantes [E]*



* **Poblaciones abiertas**: ocurrencia de procesos de **emigración** e **inmigración**

* **Poblaciones cerradas**: no ocurren procesos migratorios

Entonces…

Si N en el tiempo “t” (N_t) crece es porque N en el tiempo “t + 1” (N_{t+1}), es:

$$N_{t+1} = N_t + [(B + I) - (D + E)]$$

Recursos y condiciones limitando el crecimiento poblacional

Las poblaciones no crecen indefinidamente: hay control y regulación

El tamaño poblacional está **limitado** por factores ambientales (condiciones y recursos)

Se afectan tasas y patrones de crecimiento poblaciones y sus **dinámicas poblacionales**

Condiciones

- Factores climáticos
- Depredación, competencia, herbivoría, parasitismo, enfermedades

Afectan

Recursos

1. Existen poblaciones que crecen en presencia de recursos abundantes (no limitantes)
2. Poblaciones que crecen donde los recursos son limitantes (experimentan efectos denso-dependientes)

Poblaciones creciendo en tamaño sin limitación de recursos

Alimento, espacio, nutrientes…

¿Qué tan rápido podría crecer?

Sin limitación de recursos…

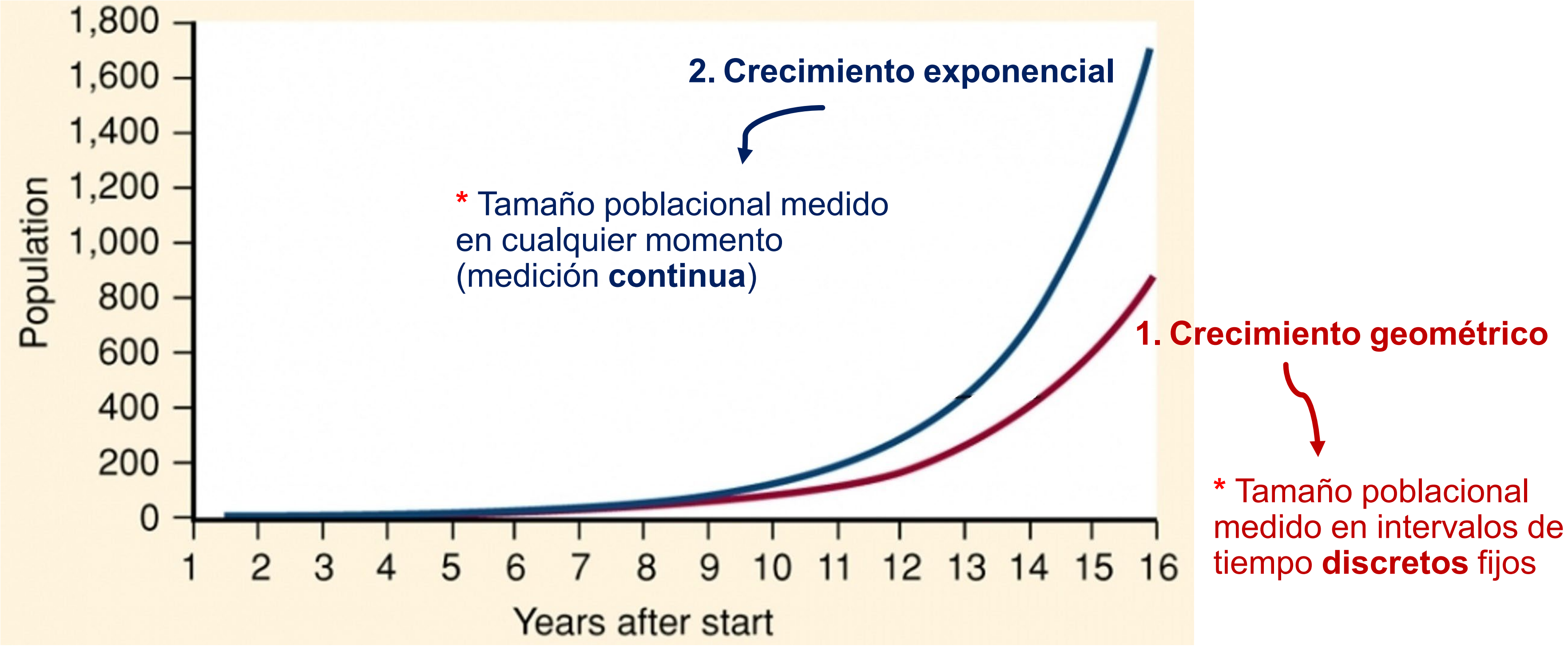
Individuos en la población se reproducirían a su **tasa reproductiva máxima (R_m)**

¿Cuál sería el patrón resultante de crecimiento poblacional para esos organismos?

Una población que crece a su ritmo máximo (R_m) crece lentamente al principio y luego cada vez más rápido

- En otras palabras: crecimiento demográfico se acelera

Dos modelos de crecimiento poblacional con recursos <u>ilimitados</u>
(sin efectos denso-independientes)



*** Diferencias entre los dos modelos:**

- El cómo se calculan (ecuación)
- Patrón de crecimiento que describen

Crecimiento geométrico (discreto)

- Individuos adicionados una vez al año (reproducción anual / univoltinos)
- No solapamiento de generaciones (reproducción estacional)

Variables usadas en los modelos de crecimiento poblacional

- N: tamaño poblacional
- t: unidades de tiempo (varia en función del tipo de organismo)
- N_t: tamaño poblacional en cualquier momento t
  - N_0: **tamaño inicial** poblacional en el tiempo 0
  - N_1: tamaño poblacional en el tiempo 1
  - N_2: tamaño poblacional en el tiempo 2
- b: tasa de nacimientos (= natalidad)
- d: tasa de muertes (= mortalidad)
- Δ, δ: indican intervalos de tiempo

Asumiendo una población cerrada (sin emigración ni inmigración)

¿Cómo cambiará la población con el tiempo?

$N_0 = 100$

En un periodo de 1 día

$B_1 = 40$
$D_1 = 10$

¿Tamaño al día siguiente (N_1)?

$N_{t+1} = N_t + [B - D]$

$N_1 = 100 + [40 - 10]$
$N_1 = 130$

¿Tamaño al día 2 (N_2)?
¿N_3?
¿N_t?

- No se puede predecir conociendo B_1 y D_1 siendo que ya la población es de 130 individuos
- ¿Cómo calcular b y d independiente de N_0?

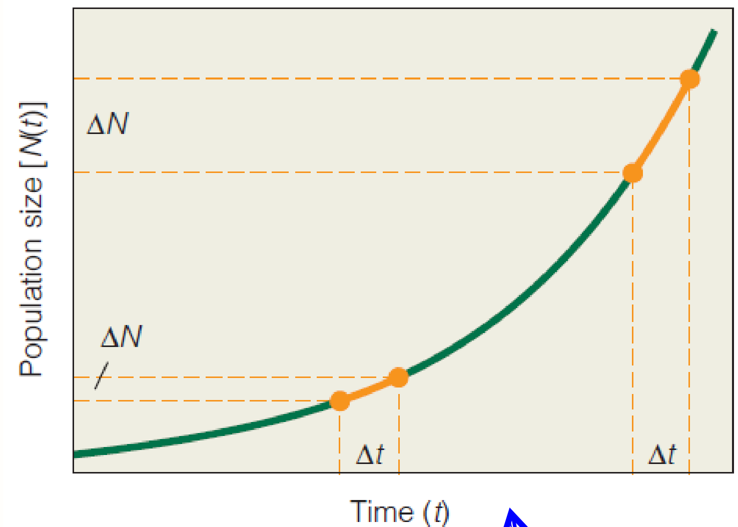
Calcular **b** y **d** independientes de N_0…

•Dividir b y d por N_0

- **b/N_0** (tasa de natalidad *per capita* o por individuo) ; **d/N_0** (tasa de mortalidad *per capita*)
- **Asumiendo** que son **constantes** (no cambian en el tiempo –modelo determinístico)
  - **Usarlos para predecir el cambio en N a través de t, independiente de N_t**

Recordando…
En un periodo de 1 día

$N_0 = 100$
$B_1 = 40 \rightarrow \mathbf{B_1/N_0} = 40/100 = 0.4$
$D_1 = 10 \rightarrow \mathbf{D_1/N_0} = 10/100 = 0.1$



Tamaño de la población en el siguiente periodo:

$N_{t+1} = N_t + [(bN_t) – (dN_t)]$
$N_1 = 100 + [(0,4 * 100) – (0,1 * 100)] = 100 + [40 – 10] = 130$
$N_2 = 130 + [(0,4 * 130) – (0,1 * 130)] = 130 + [52 – 13] = 169$
$N_3 = 169 + [(0,4 * 169) – (0,1 * 169)]$…

Crecimiento geométrico

¿Cuánto está cambiando el tamaño poblacional entre periodos?

- Calcular la tasa de cambio en la población (adición de individuos)
  - **Tasa de crecimiento poblacional**

Sustrayendo N_t a ambos lados de la ecuación $\mathbf{N_{t+1} = N_t + [(bN_t) - (dN_t)]}$
En un periodo de 1 día

$N_{t+1} = N_t + [(bN_t) - (dN_t)]$
$N_{t+1} - N_t = bN_t - dN_t$
$N_{t+1} - N_t = (b - d) * N_t$

$N_{t+1} - N_t = (b - d) * N_t$
$N_1 - N_0 = (0.4 - 0.1) * N_0$
$130 - 100 = (0.3) * 100$
$30 = 30$

$N_{t+1} - N_t = (b - d) * N_t$
$N_2 - N_1 = (0.4 - 0.1) * N_1$
$169 - 130 = (0.3) * 130$
$39 = 39$

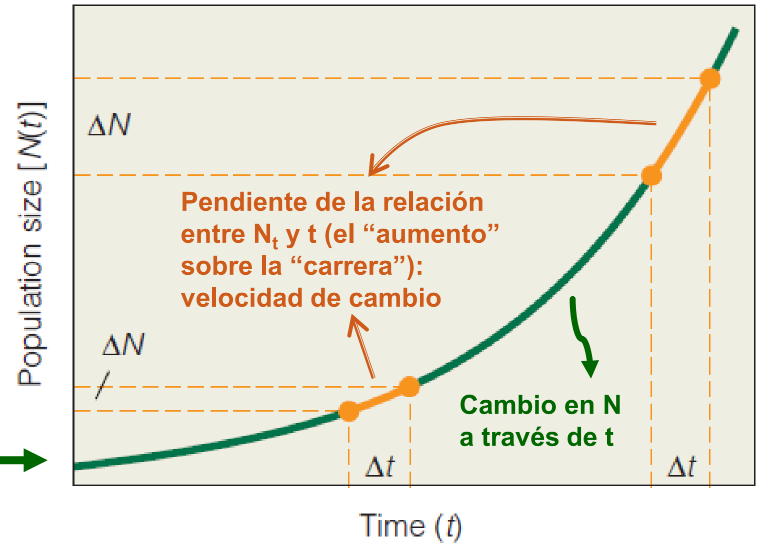
$$\boxed{\boxed{\mathbf{N_{t+1} - N_t}} = \boxed{\mathbf{(b - d)}} * \mathbf{N_t}}$$

Siendo **b** y **d** constantes → **r = b – d** (tasa de crecimiento *per capita*

Cambio en N a través del intervalo de tiempo (t+1) – t

$\Delta N / \Delta t$ (Δ: cambio ~ unidad de cambio en el tamaño poblacional por unidad de cambio en el tiempo)

$$\mathbf{\Delta N / \Delta t = rN_t}$$



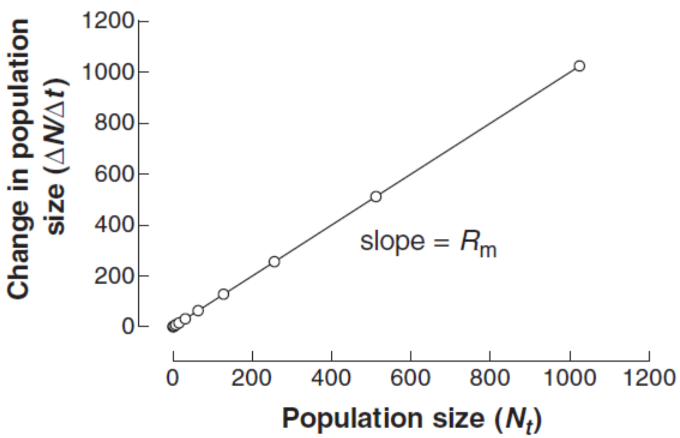
Dado que en poblaciones univoltinas el cambio en el tamaño poblacional es de generación en generación…

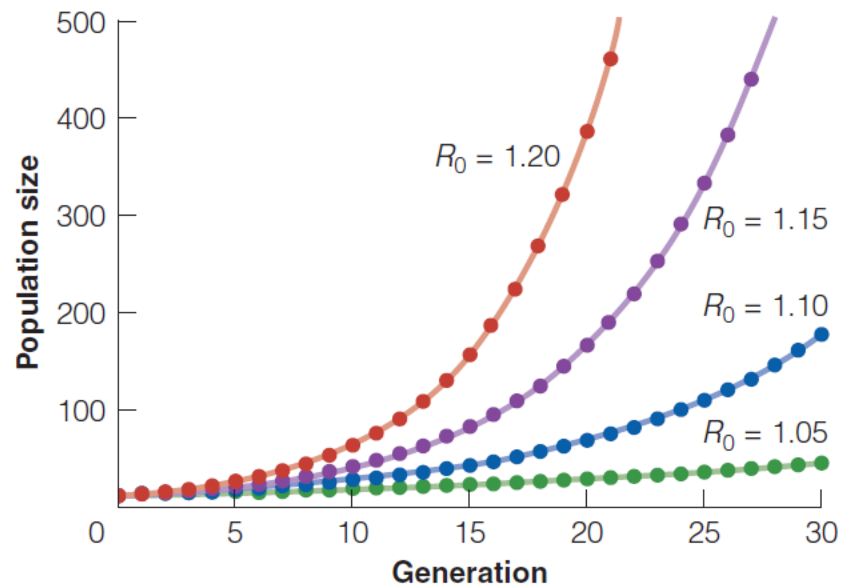
$\Delta N / \Delta t = R_0 N_t$

R_0: tasa *per capita* de incremento poblacional sobre el periodo Δ**t** (individuos/individuo*t)

Cambio en el tamaño poblacional ($\Delta N / \Delta t$): directamente proporcional al tamaño poblacional N

- Siempre que la tasa *per capita* de crecimiento R_0 permanezca constante y máxima (R_m)





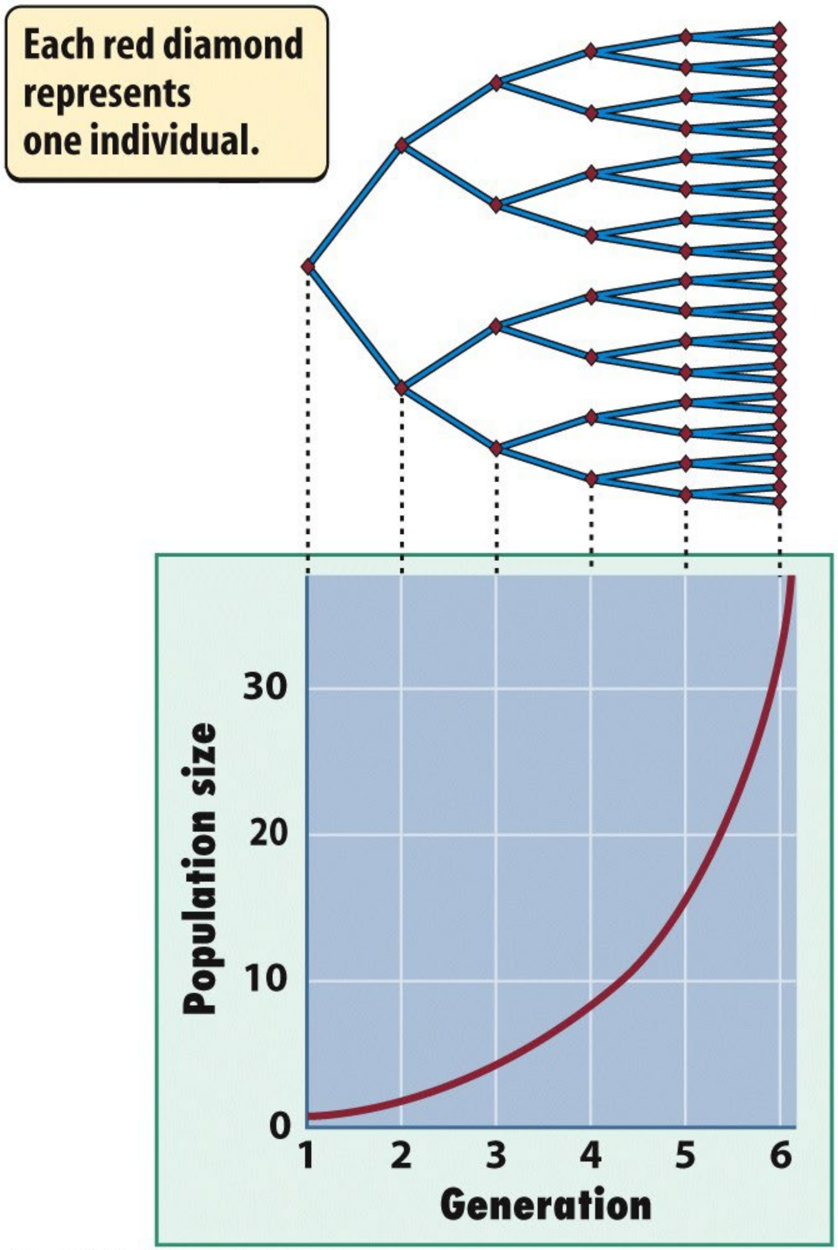


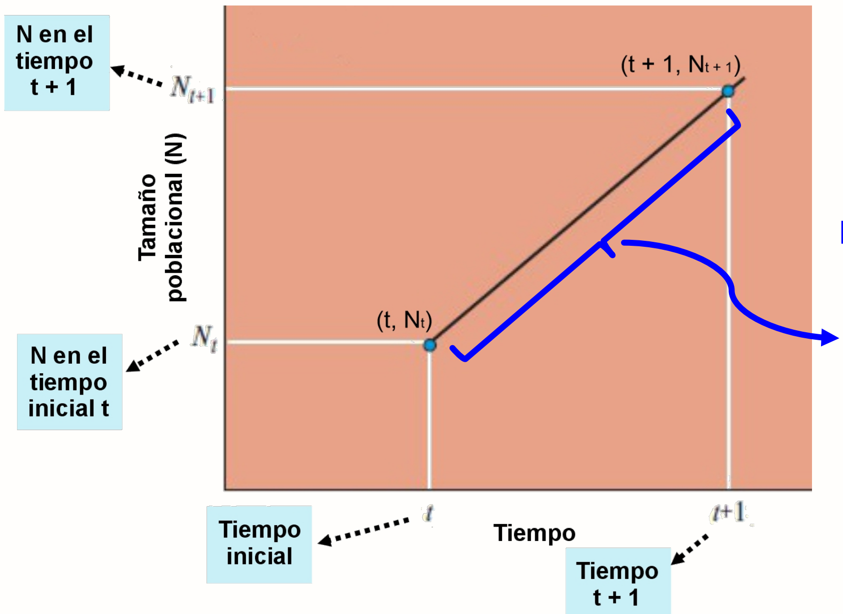
Figure 34-3 Discover Biology 3/e

Cambio a través de varias generaciones

Predecir el tamaño poblacional futuro de la población

- Tamaño de la población después de una generación (**N_{t+1}**):
  - Tamaño de la población inicial (**N_t**) más el cambio en el tamaño ($\Delta N / \Delta t$)
  - Estimar la tasa a la cual la población crece entre dos tiempos (λ)
  - Matemáticamente:

Tasa geométrica de incremento poblacional (λ): tasa a la cual la población crece entre dos tiempos (proporción del tamaño poblacional)



$$\lambda = \frac{N_{t+1}}{N_t}$$

¿Cómo llegar a $\lambda = \frac{N_{t+1}}{N_t}$?

Teniendo N_{t+1}, N_t, y el cambio en el tamaño ($\Delta N / \Delta t$)

- ¿Cuál es la relación matemática entre esas variables?

$$N_{t+1} = N_t + \Delta N/\Delta t$$

Si: $\Delta N/\Delta t = R_0 N_t$

$$N_{t+1} = N_t + R_0 N_t$$

Factorizando: $N_{t+1} = (1 + R_0)N_t$ (Cambio a través de varias generaciones)

Si: $\lambda = 1 + R_0$ **Relación entre R_m y λ**

$$N_{t+1} = \lambda N_t$$

$$\lambda = N_{t+1} / N_t$$

λ (tasa de multiplicación): **tasa finita o geométrica de incremento** (proporción del tamaño poblacional en un tiempo t respecto a un momento t-1), donde:

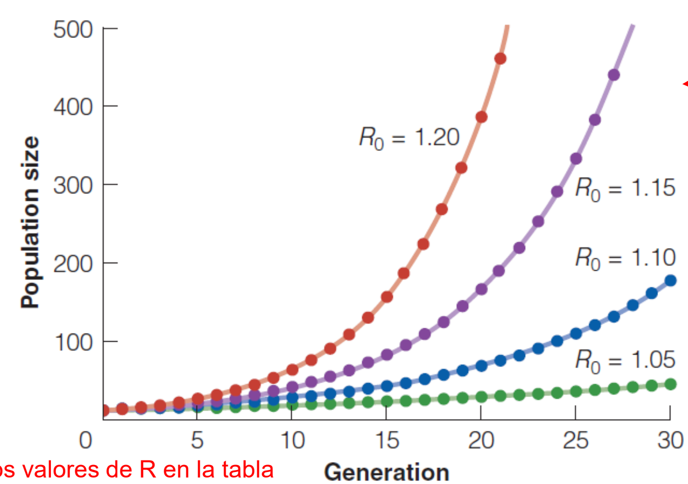
- 1 = tamaño poblacional al inicio del intervalo de tiempo
- R_0 = valor de la tasa de incremento *per capita* a través del intervalo de tiempo Δt

Relación entre:

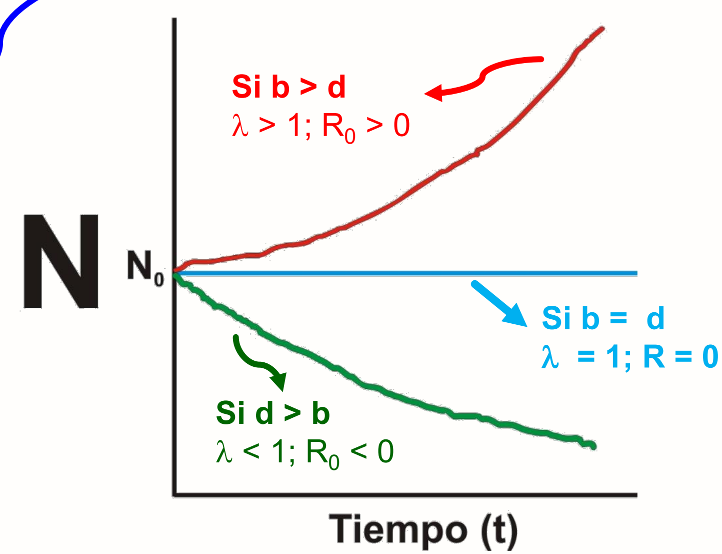
- Tamaño poblacional (N)
- Cambio en N en el tiempo ($\Delta N/\Delta t$)
- Tasa de incremento poblacional (R_m)

Dos poblaciones con crecimiento geométrico: cada población se duplica o triplica en cada período de tiempo *t*

Time (t)	Population A: multiplication rate, λ, = 2			Population B: multiplication rate, λ, = 3		
	N	$\Delta N/\Delta t$	$(\Delta N/\Delta t)/N = R_m$	N	$\Delta N/\Delta t$	$(\Delta N/\Delta t)/N = R_m$
0	1	$2 - 1 = 1$	$1/1 = 1$	1	$3 - 1 = 2$	$2/1 = 2$
1	2	$4 - 2 = 2$	$2/2 = 1$	3	$9 - 3 = 6$	$6/3 = 2$
2	4	$8 - 4 = 4$	$4/4 = 1$	9	$27 - 9 = 18$	$18–9 = 2$
3	8	$16 - 8 = 8$	$8–8 = 1$	27	$81 - 27 = 54$	$54–27 = 2$
4	16	etc.	etc.	81	etc.	etc.



* Los valores de R en la tabla no son los mismos de la figura



Observando el futuro de las poblaciones…

Determinar el tamaño de una población creciendo geométricamente en cualquier momento

Tamaño N en algún momento t producto de tamaño inicial N0 multiplicado por lambda elevada a la potencia t

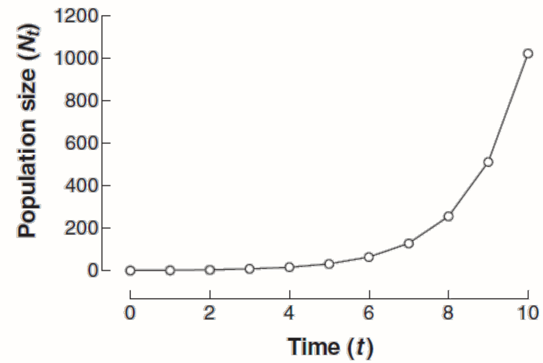
$$\boxed{\boxed{N_t} = \boxed{N_0}\boxed{\lambda}^{\boxed{t}}}$$

Cantidad de intervalos de tiempo

Tamaño población en algún momento

Tamaño inicial

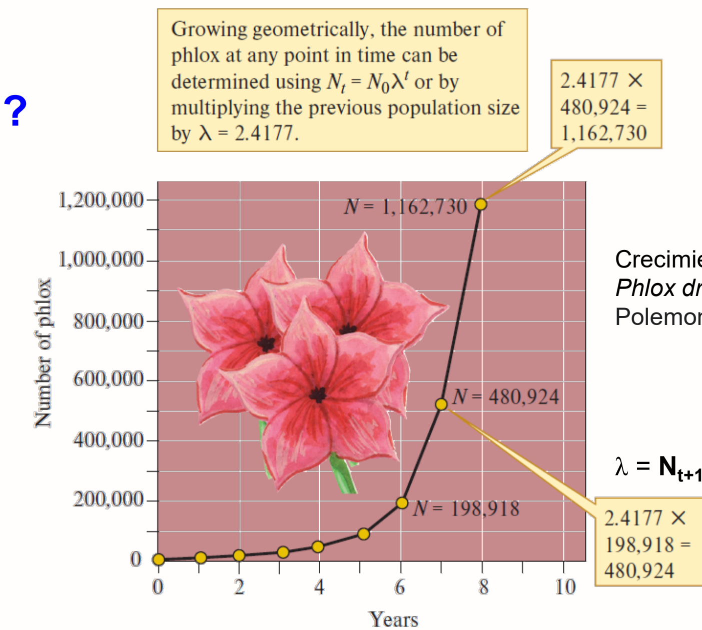
Promedio de hijos dejados por un individuo durante un intervalo de tiempo



¿Qué se puede hacer con esta ecuación?

Calculo de N_t en diferentes tiempos t

- t = 1 ➔ $N_1 = N_0\lambda$
- t = 2 ➔ $N_2 = N_1\lambda = (N_0\lambda)\lambda = N_0\lambda^2$
- t = 3 ➔ $N_3 = N_2\lambda = (N_0\lambda^2)\lambda = N_0\lambda^3$
- t = 4 ➔ $N_4 = N_3\lambda = (N_0\lambda^3)\lambda = N_0\lambda^4$



Crecimiento geométrico de *Phlox drummondii* (Ericales: Polemoniaceae)

$\lambda = \mathbf{N_{t+1} / N_t}$

Aplicaciones

1. Población de bacterias tiene un tiempo de duplicación de 20 minutos (λ = 2)

   - **Si N_0 = 10 bacterias, ¿cuál sería el tamaño potencial de la población después de 12 horas?**

   - N_0 = 10
   - λ = 2
   - t = 3 * 12 = 36 (3 periodos de 20 m/hora)

   $\mathbf{N_t = N_0 \lambda^t}$

   $N_{36} = 10 * 2^{36} = 687.194.767.360$ bacterias

---

2. **Población de insectos**: aumenta de 6 a 15 individuos durante un período de dos semanas

   - ¿Cuál será el tamaño de la población después de 10 semanas (desde t = 0) si la tasa de multiplicación permanece igual?

   - N_0 = 6
   - N_{t+1} = 15
   - λ = ?
   - t = ?

   Calcular λ $\quad \lambda = {}^{N_{t+1}}/_{N_t} \quad \lambda = {}^{15}/_{6} = 2,5$ (en 2 semanas)

   Calcular t (intervalos de tiempo) t = 10 / 2 = 5 (numero de periodos de 2 semanas en 10 semanas

   $\mathbf{N_t = N_0 \lambda^t}$ $\quad N_5 = 6 * 2.5^5 = 586$ insectos

Conociendo el valor de R_0, ¿cómo conocer λ?

Si R_0 = 0.1 individuos/individuo/año

- Entonces

$\lambda = 1 + R_0$
$\lambda = 1 + 0.1$
$\lambda = 1.1$
λ = 110% (la población incrementa anualmente un 110%

- Si tenemos $N_0 = 100$, **¿cuál será la población al siguiente año?**

  - $t = 1$; $N_1 = \lambda N_0 = (1.1)(100) = 110$
  - $t = 2$; $N_2 = (1.1 \times 1.1)(100) = (1.1)^2 (100) = 121$
  - $t = 3$; $N_3 = (1.1 \times 1.1 \times 1.1)(100) = (1.1)^3 (100) = 133.1$
  - $t = 4$; $N_4 = (1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1)(100) = (1.1)^4 (100) = 146.4$

Dado que…

- Poblaciones naturales poseen tremenda capacidad de incrementar sus tamaños poblacionales (recordar lo que postulaba Darwin)
- Más real: poblaciones se reproducen normalmente de manera continua y no discreta (estacionalmente)

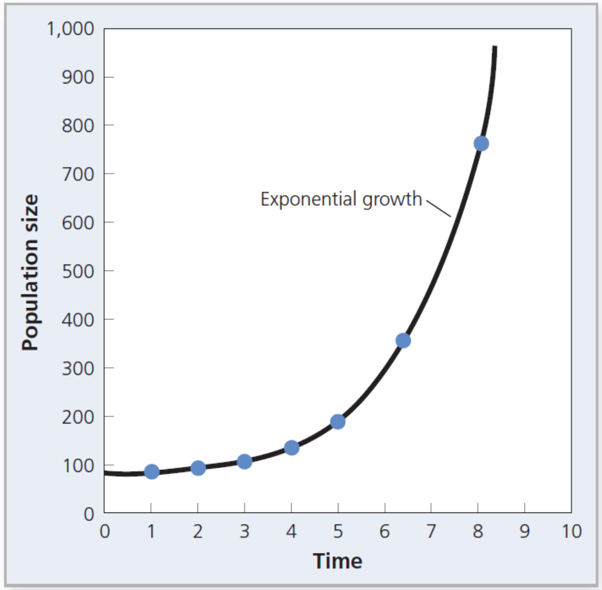
- Individuos son adicionados a la población continuamente (reproducción continua)
  - Solapamiento de generaciones
- Se asume que no hay tasas de natalidad (**b**) y mortalidad (**d**) dependientes de la edad

En tales poblaciones:

- Procesos de **b** y **d** son tasas instantáneas ➔ crecimiento continuo y no a pasos en tiempos definidos

  - Crecimiento de **N** se da en intervalos de tiempo **infinitesimales** (cantidades muy pequeñas, cercanas a 0)
  - Aumento de la población será más acelerado

El patrón de crecimiento continuo es de tipo **exponencial (crecimiento exponencial)**



Crecimiento exponencial

Asumir que…
- Ilimitación de recursos
- Crecimiento en el momento t depende sólo de las condiciones de ese momento y no de acontecimientos pasados de ningún tipo

Crecimiento de la población se describe más fácilmente utilizando ecuaciones diferenciales

Partiendo del modelo de crecimiento geométrico

$$\Delta N/\Delta t = R_m N_t \longrightarrow \delta N/\delta t = r_m N \sim (dN/dt = rN)$$

Expresa que Δt (intervalo de tiempo) se acerca a cero (infinitesimal) = tasa de cambio instantánea

$$\boxed{dN/dt} = \boxed{r}\, N$$

Tasa intrínseca (instantánea) *per capita* de incremento poblacional (= parámetro Malthusiano)

Cambio en N en un instante de tiempo t, o lo que se va a agregar a N_t en el siguiente momento (*tangente a la curva de crecimiento de la población en el tamaño poblacional N*)

$$r = b - d$$

- r y R_0: análogas (tasas de crecimiento *per capita*), pero en escalas de tiempo diferentes (discreta y continua, respectivamente)

$$dN/dt = \boxed{r}\,\boxed{N}$$

Variable

Constante (unidades de **r**: individuos/individuo*unidad de t)

Aplicación

1. El tamaño inicial de un grupo de loros es 55. Su tasa de natalidad (b) es 0.7 y su tasa de mortalidad (d) es 0.3. De acuerdo al enunciado, calcular:

   - **La tasa intrínseca de crecimiento (r)**
   - **El tamaño poblacional en la siguiente generación**

- $N_0 = 55$
- $b = 0.7$
- $d = 0.3$
- $r = ?$
- $dN/dt = ?$
- $N_1 = ?$

$r = b - d$

$r = 0.7 - 0.3$

$r = 0.4$

$dN/dt = rN$

$dN/dt = 0.4 * 55$

$dN/dt = 22$ individuos

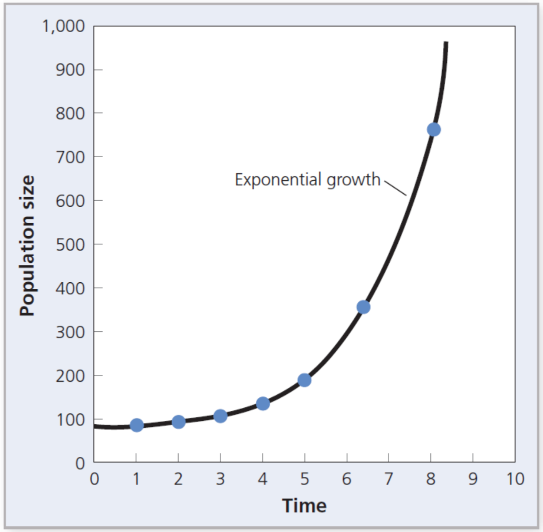
$N_1 = N_0 + dN/dt$

$N_1 = 55 + 22$

$N_1 = 77$ individuos

¿Por qué el crecimiento es exponencial?

- N incrementa la tasa dN/dt (N se hace grande y más grande)
- dN/dt se hace más grande porque r (constante) es multiplicada por un N cada vez mayor
  - Durante el crecimiento exponencial, dN/dt incrementa en el tiempo



Predecir el tamaño poblacional en cualquier tiempo t (N_t)

- Integrar con las reglas del calculo (no demostradas aquí):

$$dN/dt = rN \longrightarrow N_t = N_0 e^{rt}$$

Cambio de la población con reproducción continua

Fórmula del interés compuesto

N_0 = suma principal invertida
r = tasa de interés
N_t = saldo después del tiempo t

Coeficientes

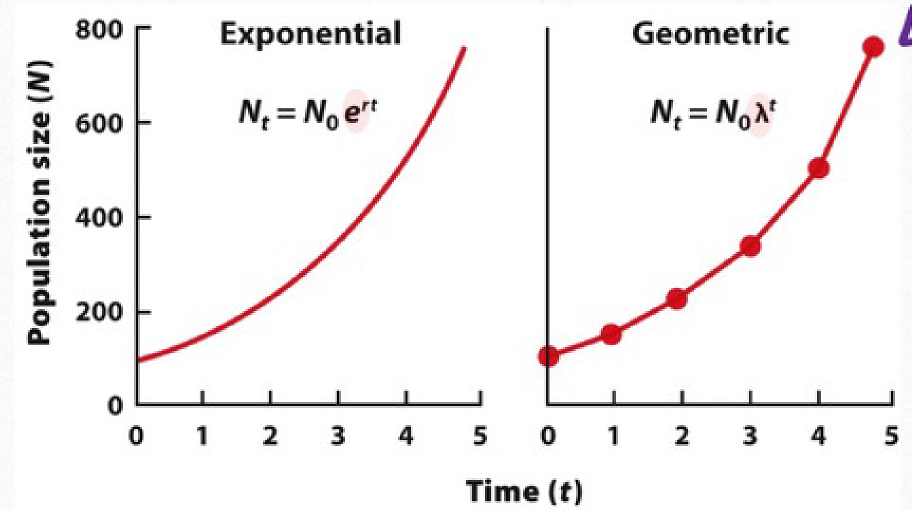
- N_t: tamaño de la poblacional en el tiempo siguiente
- N_0: tamaño inicial de la poblacional
- **e: base de logaritmos naturales**
- r: tasa intrínseca natural de incremento poblacional
- t: número de generaciones

Modelo exponencial continuo — **Modelo geométrico discreto**

$$N_t = N_0 e^{rt} \sim N_t = N_0 \lambda^t$$

$$e^r = \lambda$$

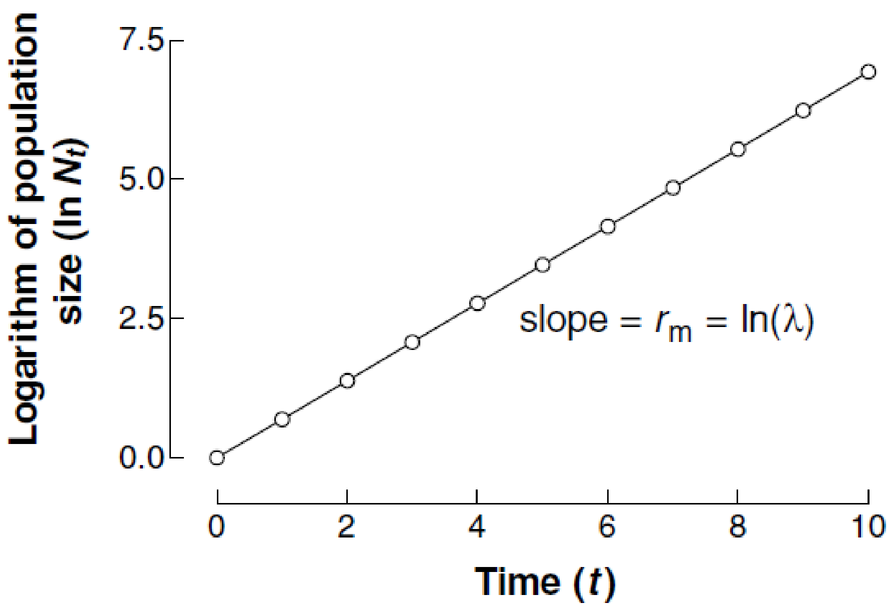
¿Cómo derivar la relación entre r (modelo exponencial) y R (modelo geométrico)?



Partiendo de dos poblaciones (1 y 2) con el mismo tamaño poblacional, pero difieren en el tipo de crecimiento

1: con crecimiento exponencial
2: con crecimiento geométrico

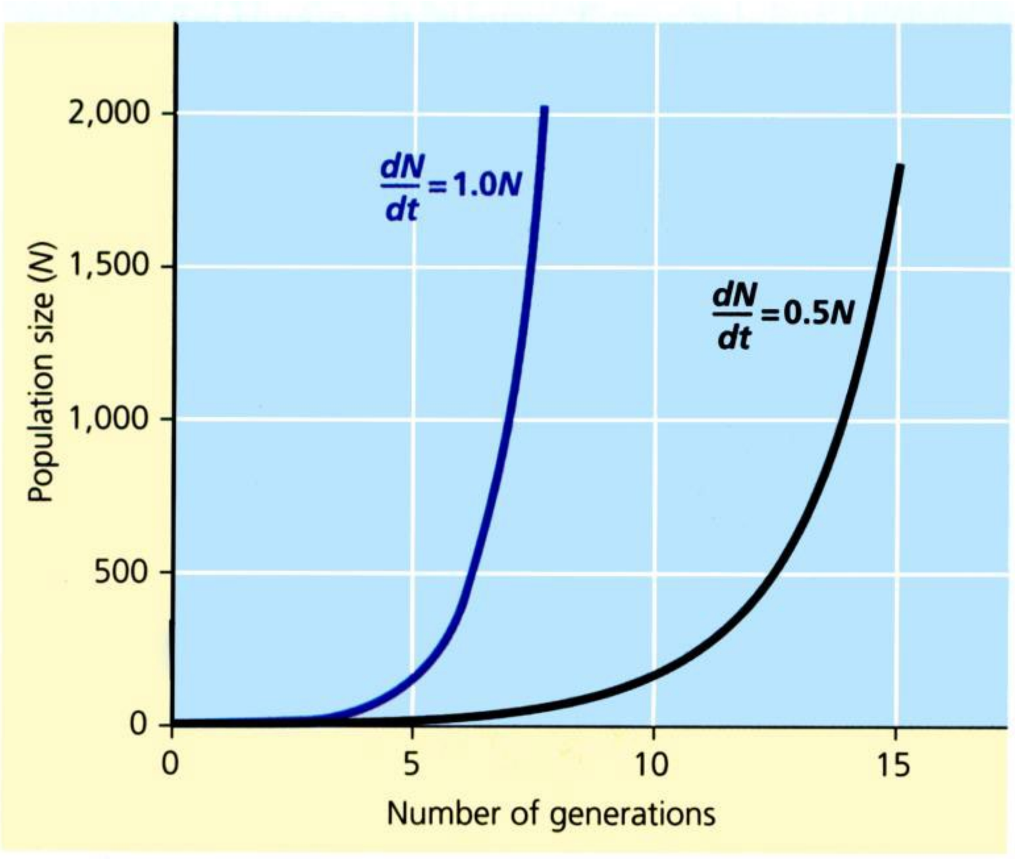
Modelo exponencial		**Modelo geométrico**
• N_t	=	N_t
• N_0e^{rt}	=	$N_0\lambda^t$
• e^{rt}	=	λ^t
• $l_n(e^{rt})$	=	$l_n(\lambda^t)$ Aplicar logaritmo a cada lado para quitar los exponentes
• $rt * l_n(e)$	=	$t * l_n(\lambda)$ Eliminar "t" a ambos lados
• $r * (1)$	=	$l_n(\lambda)$
• e^r	=	λ



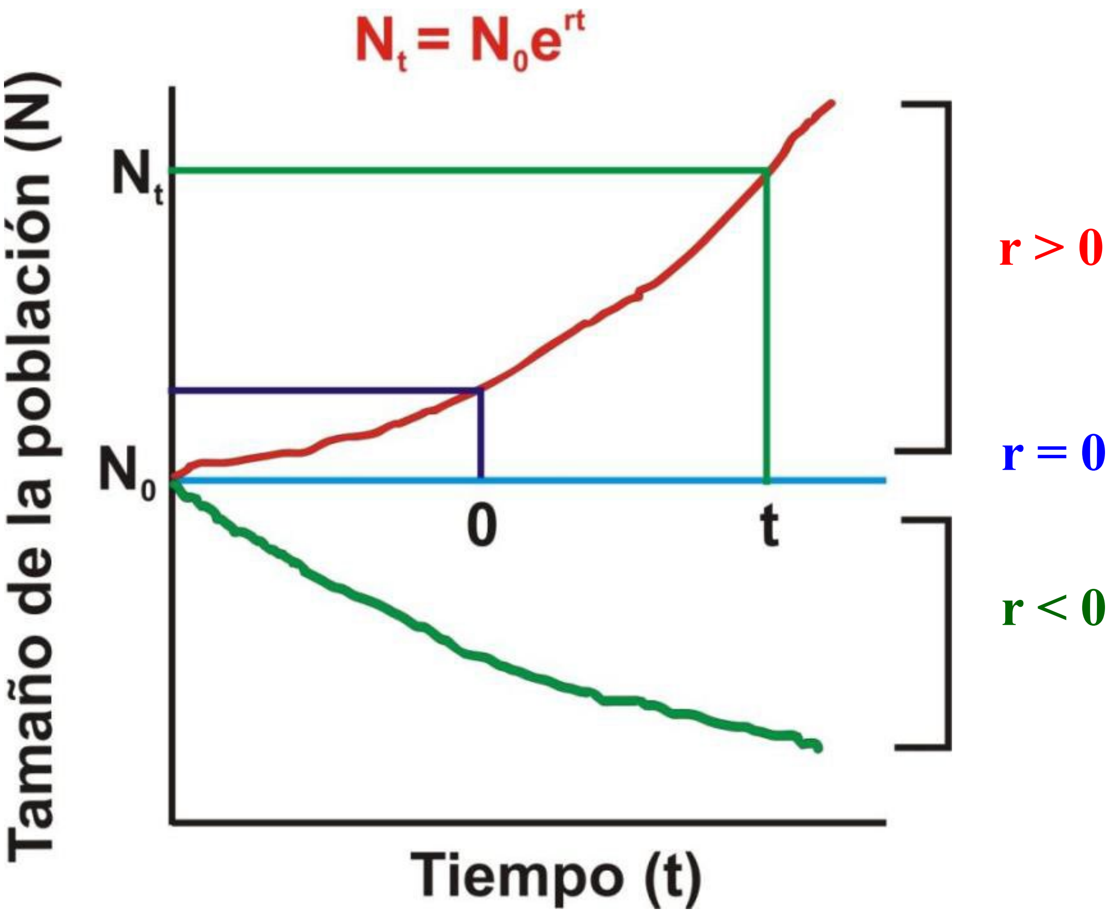
Así se puede intercambiar las modelaciones entre ambos tipos de crecimiento poblacional

¿Por qué la pendiente (velocidad de crecimiento) depende de r?

Condiciones ambientales y las especies influencian la tasa intrínseca de crecimiento poblacional (r)



Valor de ***r*** es único a cada conjunto de condiciones ambientales que están influenciando las tasas de natalidad y de mortalidad



- Curva de incremento se acelera continuamente
- La pendiente varia directamente con el tamaño de la población
- N obtiene mayor pendiente a medida que incremente e (por efecto de r)

Supuestos del modelo

1. La población cambia a medida que la proporción del actual tamaño poblacional cambia (Δ per cápita)
   - Δ(ni) ➔ cambio en la población

2. Hay una tasa constante de Δ: tasas de nacimiento y muerte constantes

3. No hay limitación de recursos

4. Todos los individuos son iguales en tamaño y edad (no hay estructura de edad y de tamaño)

Finalmente… Valores de λ, R_0, y r indican la tendencia de la población en el tiempo